В I С Н И К київського національного університету імені тараса шевченка

ISSN 1728-2306

= РАДІОФІЗИКА ТА ЕЛЕКТРОНІКА 🗕

—— 11/2008

Засновано 1999 року

Публікуються результати експериментальних і теоретичних досліджень у галузях фізичної електроніки, фізики плазми, фізики поверхні твердого тіла, емісійної електроніки, кріогенної та мікроелектроніки, високотемпературної надпровідності, квантової радіофізики, функціональної електроніки, твердотільної електроніки, голографічного запису та відтворення інформації, мобільного зв'язку, медичної радіофізики, методів отримання діагностичної інформації та її комп'ютерної обробки.

Для науковців, викладачів вищої школи, студентів.

Experimental and theoretical contributions are published in the following fields: physical electronics, plasma physics, solid-state surface physics, emission electronics, cryogenic electronics, microelectronics, high-temperature supercondactive electronics, solid-state electronics, functional electronics, microwave electronics, quantum electronics, mobile communication, holographic record and reconstruction of information, medical radiophysics, methods of receipt and computer processing of diagnosis information

Designed for researches, university teachers, students.

ВІДПОВІДАЛЬНИЙ РЕДАКТОР	I.O. Анісімов, д-р фізмат. наук, проф.
РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ	С.М. Левитський, д-р фізмат. наук, проф. (заст. відп. ред.); В.І. Григорук, д-р фізмат. наук, проф. (наук. ред.); Т.В. Родіонова, канд. фізмат. наук, старш. наук. співроб. (відп. секр.); Ю.В. Бойко, канд. фізмат. наук, доц.; В.І. Висоцький, д-р фізмат. наук, проф.; В.В. Данилов, д-р фізмат. наук, проф.; В.І. Кисленко, канд. фіз мат. наук, доц.; В.Ф. Коваленко, д-р фізмат. наук, проф.; І.П. Коваль, канд. фізмат. наук, доц.; М.В. Кононов, канд. фізмат. наук, доц.; Г.А. Мелков, д-р фізмат. наук, проф.; В.А. Скришевсь- кий, д-р фізмат. наук, проф.
Адреса редколегії	03022, м. Київ-022, просп. акад. Глушкова, 2, корп. 5, радіофізичний факультет; 🖀 (38044) 526 0560
Затверджено	Вченою радою радіофізичного факультету 15.10.07 (протокол № 4)
Атестовано	Вищою атестаційною комісією України. Постанова Президії ВАК України № 1-05/6 від 12.06.02
Зареєстровано	Міністерством інформації України. Свідоцтво про Державну реєстрацію КІ № 251 від 31.10.97
Засновник та видавець	Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет". Свідоцтво внесено до Державного реєстру ДК № 1103 від 31.10.02
Адреса видавця	01601, Київ-601, б-р Т.Шевченка, 14, кімн. 43 ☎ (38044) 239 3172, 239 3222; факс 239 3128

© Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2008

3MICT	
Баужа О., Воскобойніков О., Третяк О. Опис магнітних властивостей квантових кілець з урахуванням спін-орбітальної взаємодії	4
Бедюх О., Косинський Ю. Оптимізація базового модуля електроімпульсної установки для деструкції зношених автомобільних шин	9
Войтенко Л., Смирнов Є., Юрченко О. Пряме спостереження відбиття повільної зсувної пружної хвилі у площині (110) парателуриту	13
Гайдай Ю., Сидоренко В., Сінькевич О. Ближньопольовий мікроскоп для дослідження дисперсії діелектричної проникності	16
Данилова В., Мартиш Є. Кінетична теорія розряду в комірці плазмової панелі	18
Іванюта О., Прокопенко О., Прокопенко Л. Особливості вольт-амперних характеристик джозефсонівських контактів, інтегрованих у резонатор поверхневої хвилі	20
Ільченко В. Моделювання впливу перекомпенсації заряду на вольт-фарадні характеристики структур Шотткі з шарами квантових точок	
Ільченко Л., Ільченко В., Лобанов В. Потенціал сил зображення між близько розділеними вакуумним проміжком напівпровідником і розмірно-квантованою плівкою металу	
Кисленко В., Ломакін О. Вплив параметрів ефективного коефіцієнта відбиття на скорочення тривалості відбитих від ОХФ-дзеркала імпульсів	35
Коротков П., Фелінський Г. ВКР-підсилювач світла з терагерцовою смугою робочих частот	
Максюта М. Корпускулярно-хвильовий дуалізм з точки зору кристалоподібного простору	
Павлюк С., Кутлін Г., Савицький С., Солтис Р., Тіщенко I. Визначення температури діодного кристала під час проходження крізь нього імпульсу ударного струму	49
Танигін Б., Тичко О. Структура плоскої блохівської доменної межі в (110)-пластині магнітовпорядкованого середовища з "від'ємною" кубічною магнітокристалографічною анізотропією	52

Bauzha O., Voskobyonikov O., Tretyak O. The description of magnetic properties of quantum rings in the presence of the spin–orbit interaction	4
Bedjukh A. Kosynskyi Y. Optimization of a base unit of the electro-impulse installation for used tyres destruction	9
Voitenko L., Smirnov E., Yurchenko A. Direct observation reflection of the slow shear wave in the (001) plane of the TeO ₂ single	. 13
Gayday Yu., Sidorenko V., Sinkevitch O. Near-field microscope for permittivity constant dispersion measurement	. 16
Danilova V., Martysh Ye. Kinetic theory of discharge in PDP-cell	. 18
Ivanyuta O.,Prokopenko O., Prokopenko L. The current-voltage curves specialties of Josephson junctions embedded in the surface wave resonator	. 20
IIchenko V. Modeling of charge overcompensation influence on the capacitance-voltage characteristics of Shottky structure with quantum dots layers	. 26
II'chenko L., II'chenko V., Lobanov V. Potential of image forces between close separated by the vacuum interval semiconductor and quantum-size film of metal	. 29
Kislenko V., Lomakin O. Influence of effective reflectance parameters on pulse compression in phase-conjugation mirror	. 35
Korotkov P., Felinskyi G. Fiber Raman light amplifier with terabit working bandwidth	. 37
Maksyuta M. Wave-corpuscle dualism from the point of view of a crystal-like space	
Pavlyk S., Kytlin H., Savutskuy S., Soltys R., Tishchenko I. Diodes temperature determination after the influence of the surge current impulse	. 49
Tanygin B. Tychko O. The plane bloch domain wall structure in (110) plate of magnetically ordered medium with "negative" cubic magnetocrystalline anisotropy	. 52

УДК 621.38

О. Баужа, асист., О. Воскобойніков, канд. фіз.-мат. наук, О. Третяк, д-р фіз.-мат наук

ОПИС МАГНІТНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КВАНТОВИХ КІЛЕЦЬ З УРАХУВАННЯМ СПІН-ОРБІТАЛЬНОЇ ВЗАЄМОДІЇ

Представлено теоретичні розрахунки впливу ефекту спін-орбітальної (СО) взаємодії на намагніченість і магнітну сприйнятливість малих напівпровідникових квантових кілець. Розрахунки проводились у одно-електронному наближенні. Показано залежність намагніченості й магнітної сприйнятливості від параметрів кільця та величини прикладеного магнітного поля. Обговорено вплив складових СО взаємодії в представленні Рашба та Дрессельхауса на енергетичні рівні електронів. Показано, що стрибкоподібна зміна намагніченості й магнітної сприйнятливості в малих магнітних полях є наслідком перетину спін-розщеплених електронних рівнів у енергетичному спектрі. Розщеплення енергетичних рівнів відбувається завдяки СО взаємодії. Детальні чисельні обчислення з використанням параметрів InSb напівпровідникових квантових кілець демонструють збільшення парамагнетизму в кільцях. Існує також додаткова можливість керувати ефектом за допомогою зовнішнього електричного поля.

We present a theoretical calculation of the effect of the spin-orbital interaction on the electron magnetization and magnetic susceptibility of small semiconductor quantum rings. The study is based on a simple effective one-band approximation. The dependence of the magnetization and susceptibility on parameters of the rings and the applied external magnetic field is studied. Contributions of the bulk inversion asymmetry (the Dresselhaus term) and the system inversion asymmetry (the Rashba term) to the spin splitting and magnetic effect of the electron energy states are discussed. The abrupt changes of the magnetization and susceptibility at low magnetic fields are attributed to the crossing between the spin-split electron energy levels. The spliting of the levels is happened due to the spin-orbit interaction. Detailed calculation using parameters of InSb semiconductor quantum ring demonstrates an enhancement of paramagnetism of the ring. There is an additional possibility to control the effect by external electric fields.

Вступ. З удосконаленням нанотехнологій на сьогодні стало можливим створення систем квантових точок і кілець, що відрізняються одна від одної кількістю цих точок чи кілець і величиною хімічного потенціалу в них. Це робить актуальним доскональне вивчення енергетичного спектра електронів [2, 7] і процесів намагнічування в різноманітних квантових структурах, що й проводилося дуже інтенсивно протягом останнього десятиліття [6, 8, 12, 13, 21-23]. Ці дослідження, по-перше, надають важливу інформацію про спінову динаміку атомних кластерів у зовнішньому магнітному полі, а по-друге, утворюють науковий базис для подальшого розвитку нової галузі електроніки – спінтроніки [4, 17]. З погляду спінтроніки спінові стани електронів у квантових структурах є елементами, що уможливлюють реалізацію qubit-масивів пам'яті у квантових комп'ютерах [9]. Це завдання вимагає вивчення магнітних властивостей квантових структур для ефективного керування їх спіновим станом.

Мета роботи показати вплив спін-орбітальної взаємодії на магнітні властивості квантових кілець у слабкому магнітному полі. Розглянуто намагніченість і магнітну сприйнятливість циліндричних квантових кілець за наявності спін-орбітальної взаємодії. Це дозволило описати властивості малих квантових кілець у напівпровідниках. Розрахунки виконано для напівпровідника InSb. Показано, що теоретичні залежності намагніченості від магнітного поля демонструють надзвичайно цікаву поведінку в області низьких температур і слабких магнітних полів. Серед цих особливостей – різка зміна намагніченості та магнітної сприйнятливості в низьких магнітних полях, що зумовлена перетином електронних рівнів, яка виникає внаслідок спін-орбітальної взаємодії. З'ясовано також, що намагніченість квантової точки залежить від величини магнітного поля та від кількості електронів у ній. Крім цього показано, що величиною намагніченості можна керувати за допомогою зовнішнього електричного поля (змінюючи вигляд обмежувального потенціалу або задаючи певну висоту кільця).

Структура енергетичного спектра електронів впливає на величину намагніченості квантових структур [2, 20, 24]. Водночас спін-орбітальна взаємодія відіграє велику роль у формуванні електронного спектра III–V напівпровідникових наноструктур [3, 5]. Навіть у разі симетричної потенціальної ями для електронів, ця взаємодія знімає спінове виродження в нульовому магнітному полі, що змінює електронні властивості напівпровідникової наноструктури [15, 19, 25, 26]. При дослідженні впливу спін-орбітальної взаємодії на намагніченість і магнітну сприйнятливість квантових кілець слід включити до потенціалу спін-орбітальної взаємодії доданок, що описує взаємодію Рашби [3, 19] і Дрессельхауса [5].

1. Загальний розгляд проблеми. Застосуємо для опису властивостей магнітних кілець простий модельний потенціал, що описує ізольоване кільце, яке розташоване у площині XY [22]:

$$V_c(r) = \frac{a_1}{r^2} + a_2 r^2 - V_0$$
, de $V_0 = 2\sqrt{a_1 a_2}$. (1)

У даній моделі радіус і ширину кільця можна обрати незалежно необхідним підбором лише двох параметрів моделі (a_1, a_2). У граничному випадку така модель дозволяє описати властивості квантової точки. У ній без урахування СО-взаємодії аналітично отримано енергетичний спектр, намагніченість при нульовій температурі та хвильові функції у сталому магнітному полі, яке прикладено перпендикулярно до площини кільця [22].

Потенціал (1) має такі властивості: а) існує мінімум $V(r_0) = 0$ при значенні

$$r = r_0 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{1}{4}},$$
 (2)

яке визначає середній радіус кільця;



Рис. 1. Профіль потенціалу квантового кільця

6) для
$$r \approx r_0$$
 потенціал має просту параболічну форму $V(r) \approx \frac{1}{2} m \omega_0^2 (r - r_0)^2$ (рис. 1), де $\omega_0 = \sqrt{\frac{8a_2}{m}}$ характеризує

розмір потенціальної ями, *т* – ефективна маса електрона.

Потенціал (1) також можна застосувати для опису кількох інших фізичних систем, серед яких: (a) 1D кільце, $r_0 = \text{const} i \quad \omega_0 \rightarrow \infty$; (б) 2*D* пряма проволока

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m(E)} \left[\frac{\partial}{r\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] - \frac{i}{2} \hbar \omega_c (E, B) \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{1}{8} m(E) \omega_c^2 (E, B) r^2 + V_c (r) + V_{SO}^R (r, \phi) + V_{SO}^D (r, \phi) + \frac{1}{2} \sigma_z \mu_B g B,$$
(3)

де $\omega_c(E,B) = eB/m(E)$ – циклотронна частота електро Електрон-електронною взаємодією нехтуємо. Ефективна маса електрона визначається формулою [19]:

$$\frac{1}{m(E)} = \frac{1}{m(0)} \frac{E_g \left(E_g + \Delta \right)}{\left(3E_g + 2\Delta \right)} \left[\frac{2}{E + E_g} + \frac{1}{E + E_g + \Delta} \right], \quad (4)$$

де E – енергія електрона в зоні провідності, m(E) – ефективна маса електрона біля дна зони провідності, E_g і Δ – ширина забороненої зони та величина спінорбітального розщеплення валентної зони відповідно:

$$g(E) = 2 \left[1 - \frac{m_0}{m(E)} \frac{\Delta}{3(E_g + E) + 2\Delta} \right]$$
(5)

– ефективний g -фактор [18], $\mu_B = e\hbar/2m_0$ – магнетон Бора, е та m_0 – заряд і маса вільного електрона відповідно.

Складова Дрессельхауса спін-орбітальній взаємодії має вигляд [10, 11]:

$$\Sigma_r = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\phi} \\ e^{-i\phi} & 0 \end{pmatrix}, \qquad \Sigma_{\phi} = \begin{pmatrix} 0 & ie^{i\phi} \\ -ie^{-i\phi} & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$
(9)

Складова Рашби у спін-орбітальній взаємодії визначається формулою [10, 11, 15, 19]:

$$V_{so}^{R}(r,\varphi) = \sigma_{z} \alpha \frac{dV_{c}(r)}{dr} \left(k_{\varphi} + \frac{e}{2\hbar} Br \right),$$
(10)

де α – параметр спін-орбітального зв'язку [19].

Отже, гамільтонін (3) можна переписати таким чином:

$$H = H_0 + \sigma_z \alpha a_2 r^2 \frac{eB}{\hbar} + 2i\sigma_z \alpha a_1 \frac{1}{r^4} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \sigma_z \alpha a_1 \frac{1}{r^2} \frac{eB}{\hbar} + V_{so}^D(r, \varphi), \qquad (11)$$

де

$$H_{0} = -\frac{\hbar^{2}}{2m(E)} \left[\frac{\partial}{r\partial r} + \frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial \varphi^{2}} \right] - \frac{i}{2} \hbar \omega_{c} (E, B) \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{8} m(E) \omega_{c}^{2} (E, B) r^{2} + V_{c} (r) + \frac{1}{2} \sigma_{z} \mu_{B} g B - 2\alpha \sigma_{z} a_{2} \frac{i\partial}{\partial \varphi} .$$
(12)

Стаціонарне рівняння Шредінгера з гамільтоніаном H_0 має аналітичний розв'язок. Його рівні енергії та хвильові функції мають вигляд

$$E_{n,l,s}^{0} = \left(n + \frac{1}{2} + \frac{L}{2}\right)\hbar\omega - \frac{l}{2}\hbar\omega_{c} - V_{0} + \sigma_{z}\left[\frac{\mu_{B}}{2}g(E_{n,l,s})B + 2\alpha a_{2}l\right],$$
(13)

$$\psi_{n,l,s}^{0}(r,\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(il\phi) R_{n,l,s}^{0}(r) , \qquad (14)$$

$$R_{n,l,s}^{0}(r) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\Gamma[n+M+1]}{2^{M} n! (\Gamma[M+1])^{2}} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{4} \left(\frac{r}{\lambda}\right)^{2}} \left(\frac{\rho}{\lambda}\right)^{M} {}_{1}F_{1}\left(-n,L+1,\frac{1}{2} \left(\frac{r}{\lambda}\right)^{2}\right),$$
(15)

 $\omega_0 = \text{const}$ і $r_0 \to \infty$; (в) квантова точка $a_1 = 0$; (г) ізольована антиточка $a_2 = 0$.

Нехай магнітне поле прикладено перпендикулярно до площини ХҮ, тоді гамільтоніан електрона в циліндричних координатах (r, ϕ) набуває вигляду

$$+\frac{1}{2}\sigma_{z}\mu_{B}gB,$$
oha.
$$W^{D}(x,y) = 0\left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{e_{n}}{2}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} 1\right]$$
(3)

$$V_{so}(r,\phi) = \beta \left[2_{\phi} \left(k_{\phi} + \frac{2\hbar}{2\hbar} Br \right) + 2_r k_r \right],$$
 (6)
 k_{ϕ} – оператори проекцій хвильового числа на

де k_r, k_{φ} ۶þ відповідні напрямки,

$$k_{\varphi} = -\frac{i}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi}, \qquad \qquad k_r = -i \cdot \frac{\partial}{\partial r}, \qquad (7)$$

β – параметр Дрессельхауса обернено-пропорційний квадрату висоти квантового кільця [16]:

$$\beta = \gamma_C \cdot \left(\frac{\pi}{z_0}\right)^2,\tag{8}$$

де γ_C – константа, яка визначається для матеріалу напівпровідника, з якого утворене квантове кільце [16], z_0 – висота квантового кільця. Матриці Паулі $\Sigma_r, \Sigma_{\mathfrak{o}}, \mathfrak{o}_Z$ у циліндричних координатах мають вигляд

де n – головне квантове число; l, σ_z – проекції на вісь z орбітального та спінового квантового моментів електрона відповідно, ${}_1F_1$ – функція Кумера,

$$\omega = \sqrt{\omega_C^2 + \frac{8a_2}{m(E)}}, \quad L = \sqrt{l^2 + \frac{2a_1m(E)}{\hbar^2}}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}.$$
(16)

Згідно з роботою [25] хвильову функцію гамільтоніана (3) будемо шукати у вигляді

$$\Psi(r,\phi) = \sum_{n,l} e^{il\phi} R_{n,l}^0(r) \left[A_l^n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + B_l^n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right].$$
(17)

Запишемо стаціонарне рівняння Шредінгера й отримаємо систему рівнянь:

$$(E_{n,l,+1}^{0} - E)A_{l}^{n} + \alpha \sum_{m} \left\{ \frac{eB}{\hbar} a_{2}G_{l}^{nm} - a_{1}\frac{eB}{\hbar} \Pi_{l}^{nm} - 2a_{1}l\xi_{l}^{nm} \right\} A_{l}^{m} + i\beta \sum_{m} \left\{ (l-1)I_{l}^{nm} - P_{l}^{nm} + \frac{e}{2\hbar}J_{l}^{nm} \right\} B_{l-1}^{m} = 0,$$
(18)

$$(E_{n,l,-1}^{0}-E)B_{l}^{n}-\alpha\sum_{m}\left\{\frac{eB}{\hbar}a_{2}G_{l}^{nm}-a_{1}\frac{eB}{\hbar}\Pi_{l}^{nm}-2a_{1}l\xi_{l}^{nm}\right\}B_{l}^{m}-i\beta\sum_{m}\left\{(l+1)K_{l}^{nm}+D_{l}^{nm}+\frac{e}{2\hbar}BL_{l}^{nm}\right\}A_{l+1}^{m}=0.$$
(19)

Тут введено такі позначення:

$$G_l^{nm} = \int_0^\infty r^3 R_{n,l}^0(r) R_{m,l}^0(r) dr , \qquad (20)$$

$$\Pi_{l}^{nm} = \int_{0}^{\infty} \frac{1}{r} R_{n,l}^{0}(r) R_{m,l}^{0}(r) dr , \qquad (21)$$

$$\xi_l^{nm} = \int_0^\infty \frac{1}{r^3} R_{n,l}^0(r) R_{m,l}^0(r) dr , \qquad (22)$$

$$I_{l}^{nm} = K_{l-1}^{mn} = \int_{0}^{\infty} R_{n,l}^{0}(r) R_{m,l-1}^{0}(r) dr , \qquad (24)$$

$$J_l^{nm} = L_{l-1}^{mn} = \int_0^\infty r^2 R_{n,l}^0(r) R_{m,l-1}^0(r) dr , \qquad (25)$$

$$P_l^{nm} = \int_0^\infty r R_{n,l}^0(r) \frac{d}{dr} R_{m,l-1}^0(r) dr , \qquad (26)$$

$$D_l^{nm} = \int_0^\infty r R_{n,l}^0(r) \frac{d}{dr} R_{m,l+1}^0(r) dr .$$
 (27)

Систему рівнянь (18), (19) можна записати в матричній формі $A_l = \hat{M}B_{l-1}$ та $B_l = \hat{N}A_{l+1}$ відповідно.

Спектр енергій електрона у квантовому кільці можна чисельно розрахувати з рівняння

$$\det(\hat{I} - \hat{M}\hat{N}) = \det(\hat{I} - \hat{N}\hat{M}) = 0.$$
 (28)

У чисельних розрахунках обмежимось матрицею рангу 10. Для InSb квантового кільця з вибраними параметрами відносна похибка шести найнижчих енергетичних рівнів буде меншою від 10⁻⁴.

Розглянемо вплив спін-орбітальної взаємодії на магнітні властивості системи квантових кілець. Температурна залежність середньої намагніченості *M* і магнітної сприйнятливості χ такої системи пов'язана з усталеним значенням хімічного потенціалу рівностями

$$M = \sum_{n,l,s} \left(-\frac{\partial E_{n,l,s}}{\partial B} \right) f\left(E_{n,l,s} - \xi \right),$$
(29)

та

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial B} \,, \tag{30}$$

де f(E) – функція розподілу Фермі, ξ – хімічний потенціал системи, що визначається рівнянням

$$N = \sum_{n,l,s} f\left(E_{n,l,s} - \xi\right),\tag{31}$$

де N – загальна кількість електронів у квантовому кільці.

2. Результати розрахунків. Для InSb квантового кільця обираємо: $m(0) = 0,014m_0$, $E_g = 0,24$ eB,

 $\Delta = 0,81 \,\mathrm{eB}, \ \alpha = 500 \,\mathrm{\AA}^2$ [25], $\gamma_c = 160 \,\mathrm{eB} \,\mathrm{\AA}^3$ [16]. Для модельного розрахунку форму кільця задаємо параметрами: $a_1 = 1000 \,\mathrm{eB}(\mathrm{HM})^2$, $a_2 = 0,01m \,\mathrm{eB}(\mathrm{HM})^2$. Обчислимо такі параметри квантового кільця: внутрішній радіус кільця $r_- = 65 \,\mathrm{HM}$, зовнішній радіус кільця $r_+ = 89 \,\mathrm{HM}$, ширину кільця $\Delta r = 24 \,\mathrm{HM}$ і середній радіус кільця $r_0 = 76 \,\mathrm{HM}$.

На рис. 2 наведено енергетичний спектр електронів, що знаходяться у квантових кільцях у таких випадках: а) без урахування СО-взаємодії в представленні Дрессельхауса (даний випадок відповідає $z_0 = \infty$ у рівнянні (8): б) з урахуванням СО-взаємодії для $z_0 = 12$ нм; в) з урахуванням СО-взаємодії для $z_0 = 10$ нм; г) з урахуванням СО-взаємодії для $z_0 = 9$ нм. Як видно з рис. 2, а, вплив СО-взаємодії в представленні Рашба призводить до розщеплення енергетичних рівнів. Цей вплив детально розглянуто в роботі [1]. При досить великих товщинах ($z_0 > 20$ нм, для даної конфігурації квантового кільця) складова Дрессельхауса СОвзаємодії мала, тому нею можна знехтувати. Із рис. 2, б-г видно, що СО-взаємодія в представленні Дрессельхауса призводить до зміни величини розщеплення енергетичних рівнів. Ефективність впливу визначається товщиною квантового кільця (див. (8)). Наприклад, для z₀ = 12 нм спін-орбітальні взаємодії в представленні Рашба та Дрессельхауса практично компенсують одна одну у нульовому магнітному полі (рис. 2, б). При подальшому зменшенні товщини квантового кільця складова Дрессельхауса вже переважає складову Рашба (рис. 2, в, г). Тут збільшення складової Дрессельхауса приводить до збільшення розщеплення енергетичних рівнів при |l| > 0. Відповідно значення поля, за яких відбувається перетин енергетичних рівнів, збільшуються (рис. 2, е, е). У даному випадку при зменшенні z₀ рівні з однаковим напрямком спіну та орбітального моменту опускаються відносно рівнів з напрямленими в протилежні боки векторами спіну та орбітального моменту електрона.

Проведемо дослідження магнітних властивостей квантових кілець при $z_0 = 9$ нм і $z_0 = 10$ нм. Урахування СО-взаємодії приводить до виникнення стрибків намаг-

явище відбувається внаслідок перетину енергетичних рівнів з |l| = 1 (рис. 2, *в*, *е*).



Рис. 2. Енергетичний спектр InSb кільця з урахуванням спін-орбітальної взаємодії: а) лише в представленні Рашба; б–г) як в представленні Рашба, так і Дрессельхауса; б) $z_0 = 12$ нм; в) $z_0 = 10$ нм; г) $z_0 = 9$ нм



Рис. 3. Температурна залежність намагніченості квантового кільця при $z_0 = 9$ нм від магнітного поля для чотирьох електронів (а) і п'яти електронів (б) у квантовому кільці

Якщо простежити за енергетичним спектром квантового кільця з $z_0 = 9$ нм (рис. 2, в), то дійдемо висновку, що при збільшенні магнітного поля й досягненні ним величини $B_1 = 1.2 \times 10^{-2} T$, відбувається перетин енергетичних рівнів $E_{0,1,1}$ та $E_{0,-1,1}$ Цей факт зумовлює різкий стрибок величини намагніченості квантового кільця з чотирма електронами (рис. 3, а). Водночас завдяки спін-орбітальній взаємодії стрибок намагніченості кільця з п'ятьма електронами відбувається при більшому значенні магнітного поля $B_2 = 7.1*10^{-2} T$. Коли $z_0 = 10$ нм стрибки намагніченості відбуваються при $B_1 = 0.6*10^{-2} T$ та $B_2 = 2.8*10^{-2} T$, відповідно.



Рис. 4. Температурна залежність намагніченості квантового кільця при $z_0 = 10$ нм від магнітного поля для чотирьох електронів (а) у п'яти електронів (б) у квантовому кільці



Рис. 5. Температурна залежність магнітної сприйнятливості при $z_0 = 9$ нм від магнітного поля для чотирьох електронів (а) і п'яти електронів (б) у квантовому кільці



Рис. 6. Температурна залежність магнітної сприйнятливості при $z_0 = 10$ нм від магнітного поля для чоирьох електронів (а) і п'яти електронів (б) у квантовому кільці

Зумовлені спін-орбітальною взаємодією особливості процесу намагнічування квантових кілець яскраво відбиваються на їх магнітній сприйнятливості. На рис. 5, 6 показано залежності магнітної сприйнятливості кільця з 4-ма та 5-ма електронами від величини магнітного поля. При нульовій температурі теоретична залежність диференціальної магнітної сприйнятливості виглядає як дельта-функція, що пов'язано зі стрибком намагніченості. При ненульовій температурі виникають парамагнітні піки скінченної висоти та ширини. Для випадку квантових кілець з 3-ма, 4-ма та 5-ма електронами положення піків, що обумовлені спін-орбітальною взаємодією, визначається товщиною квантового кільця. Зауважимо, що положенням піків можна керувати також за допомогою зовнішнього електричного поля (яке направлено нормально до площини кільця) [3, 19].

Висновки. У результаті впливу СО-взаємодії при нульовому магнітному полі виникає розщеплення енергетичних рівнів електронів, що перебувають у квантовому кільці. Розщеплення енергетичних рівнів приводить до появи перетину енергетичних рівнів у випадку прикладеного магнітного поля. Це суттєво впливає на магнітні явища квантових кілець.

Величина магнітного поля, за якої відбувається стрибок намагніченості, залежить від співвідношення складових СО-взаємодії, що введені Рашбою та Дрессельхаусом. У відносно товстих квантових кільцях домінує складова СО-взаємодії яка введена Рашбою. При зменшенні товщини більшою стає складова Дрессельхауса.

Перетин рівнів енергії може бути наслідком і електронелектронної взаємодії як такої [6, 13]. Для повного опису системи потрібно розглядати багатоелектронну систему з урахуванням як спін-орбітальної, так і електронелектронної взаємодії [7]. Підтвердженням цієї думки є нещодавні досліди [14], які виявили, що вплив електронелектронної взаємодії в системах із сильною локалізацією може збільшити прояв спін-орбітальної взаємодії.

Описані вище особливості квантових кілець у III–V напівпровідниках можуть бути використані в практичній спінтроніці.

1. Bauzha O.S., Voskobyonikov O.M., Tretyak O.V., Sinyavskij O.S. Magnetic properties of quantum rings in the presents of spin-orbit interaction // Ukr. Fiz. Zh., 2006. – Vol. 51. 2. Bimberg D., Quantum dots: Paradigm changes in semiconductor physics // Semiconductors, 1999. – Vol. 33. Bychkov Yu.A. and Rashba E.I. Spectrum of a 2D electron gas in an inversion layer // J. Phys., 1984. – Vol. 17. 4. Das Sarma S., Fabian J., Hu X., and Zutic I., Spin quantum computation in silicon nanostructures // Solid State communications -2001. –Vol. 119. 5. Dresselhaus G. Spin-Orbit Coupling Effects in Zinc Blende Structures // Phys. Rev., 1955. – Vol. 100. 6. Jean-Jacques S., De Groote, Hornos J.E.M. and Chapik A.V. Thermodynamic properties of quantum dots in a magnetic field // Phys. Rev., 1992. – Vol. B46. 7. Kouwenhoven L.P., Austing D.G. and Tarucha S. Few-electron quantum dots // Rep. Prog. Phys., 2001. – Vol. 64. 8. Krasny Y.P., Kovalenko N.P., Krey U. and Jacak L. Paramagnetic-

УДК 621.311: 621.3319.44

diamagnetic interplay in quantum dots for non-zero temperatures // J. Phys.: Cond. Matter, 2001. - Vol. 13. 9. Loss D. and DiVincenzo D.P., Quantum computation with quantum dots // Phys. Rev., 1998. – Vol. A57. 10. Magaril L.I.and Chaplik A.V. Kinetics of two-dimensional electrons on a curved surface // Zh. Eks. Teor. Fiz., 1999. – Vol. 115. 11. Magaril L.I., Romanov D.A. and Chaplik. Ballistic transport and spin--orbit interaction of two-dimensional electrons // Zh. Eks. Teor. Fiz., 1998. – Vol. 113. 12. Magnusdottir I. and Gudmundsson V. Magnetization of noncircular quantum dots // Phys. Rev., 2000. - Vol. B61. 13. Maksym P.A., Chakraborty T. Large Regions of Stability in the Phase Diagrams of Quantum Dots and the Associated Filling Factors // Phys. Rev., 1992. – Vol. B45. 14. Maksym P.A., Imamura H., Mallon G.P. and Aoki H. Molecular aspects of electron correlation in quantum dots // J. Phys.: Condens. Matter, 2000. -Vol. 22. 15. Moroz A.V. and Barnes C.H.W. Spin-orbit interaction as a source of spectral and transport properties in quasi-one-dimensional systems // Phys. Rev., 2000. – Vol. B61. 16. Pikus G.E., Marushchak V.A. and Titkov A.N. Spin splitting of of energy-bands and spin relaxation of carriers in cubic III-V crystals // Soviet Physics Semiconductors, 1988. -Vol. 22. 17. Prinz G.A. Magnetoelectronics // Science, 1998. - Vol. 282. 18. Roth L.M., Lax B. and Zwerdling S. Theory of optical magneto-absorption effects in semiconductors // Phys. Rev., 1959. – Vol. 114. 19. De Andradae Silva E.A., La Rocca G.C. and Bassani F. Spin-orbit splitting of electronic states in semiconductors asymmetric quantum wells // Phys. Rev., 1997. - Vol. B55. 20. Steffens O., Suhrke M. and Rossler U. Shell structure and exchange-related spin effects for quantum dots in a magnetic field // Phys. B, 1998. - Vol. 147. 21. Swahn T., Bogachek E.N., Galperin Yu.M. et al. Nonequilibrium magnetization in a ballistic quantum dot // Phys. Rev. Lett., 1994. - Vol. 73. 22. Tan W.C. and Inkson J.C. Magnetization persistent currents and their relation in quantum rings and dots // Phys. Rev., 1999. - Vol. B60. 23. Tanaka K. Semiclassical Study of the Magnetization of a Quantum Dot // Ann. Phys., 1998. – Vol. 268. 24. Tarucha S., Honda T., Austing D.G. et al. Spin effects in semiconductor quantum dot structures // Phys. E, 1998. - Vol. 112. 25. Voskoboynikov O., Lee C.P. and Tretyak O. Spin-orbit splitting in semiconductor quantum dots with parabolic confinement potential // Phys. Rev., 2001. – Vol. B63. 26. Voskoboynikov A., Liu Shiue Shin, Lee C.P. and Tretyak O. Spinpolarized electronic current in resonant tunneling heterostructures // J. App. . Phys., 2000. – Vol. 87.

Надійшла до редколегії 20.09.07

О. Бедюх, канд. фіз.-мат. наук, Ю. Косинський, інж.

ОПТИМІЗАЦІЯ БАЗОВОГО МОДУЛЯ ЕЛЕКТРОІМПУЛЬСНОЇ УСТАНОВКИ ДЛЯ ДЕСТРУКЦІЇ ЗНОШЕНИХ АВТОМОБІЛЬНИХ ШИН

Проаналізовано роботу окремого модуля електроімпульсної установки, визначено шляхи щодо підвищення його ефективності. Наведено порівняльні результати випробувань двох конструкцій модулів.

Analysis of the work of a unit of the electro-impulse installation is accomplished and ways for its efficiency improvement are determined. The results of testing of two different units are compared.

Вступ. У роботі [1] представлено електроімпульсний метод відокремлення металевого корду від гуми в зношених шинах. Електроімпульсна установка, що реалізує цей метод, має забезпечувати деструкцію шин різних розмірів і ваги. Конструкція такої установки має бути модульною, що завдяки нарощуванню кількості модулів (або розрядних каналів), дає можливість створювати установку заданої потужності. Таким чином, основу установки має складати окремий модуль. Ефективність роботи модуля визначається витратами електричної енергії на відокремлення металевого корду в одиниці ваги шини. Необхідно провести теоретичний аналіз процесу та з'ясувати, за яких електродинамічних і енергетичних показників модуля забезпечується максимальна ефективність його роботи.

1. Теоретичне дослідження роботи окремого модуля електроімпульсної установки. Робота електроімпульсної установки, як і окремого модуля, базується на розряді накопиченої в конденсаторній батареї електричної енергії на металевий корд зразка зі зношеної автомобільної шини. Для теоретичного дослідження процесу необхідно розглянути задачу загасаючих електричних коливань у коливному контурі. Еквівалентна електрична схема окремого модуля у часі розряду являє собою замкнений електричний контур з послідовно включеними в нього ємністю C, індуктивністю L та активним опором R. Зміна електричного заряду q на обкладинках еквівалентного конденсатору в часі записується системою рівнянь

$$\begin{cases} q'' + 2\delta q' + \omega^2 q = 0, \\ q(0) = q_0 = UC, \\ q'(0) = I(0) = I_0, \end{cases}$$
(1)

де I = -q' – електричний струм у контурі, U = q/C – електрична напруга, $\delta = R/2L$ – коефіцієнт згасання, $\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2$ – циклічна частота коливань, $\omega_0^2 = 1/LC$.

Активний опір R контуру складається з власного активного опору R_0 модуля та активного опору R_H технологічного навантаження. Унаслідок електричного розряду відбувається нагрівання технологічного навантаження. Крім того, у навантаженні реалізуються умови, за яких частина електричної енергії контуру перетворюється на кінетичну енергію коливань металевого корду та гуми автомобільної шини. Тому система рівнянь (1) є нелінійною. Крім того, до (1), у зага-

© Бедюх О., Косинський Ю., 2008

льному вигляді, мають додаватися пов'язані з нею теплові рівняння, а також коливні рівняння складної механічної системи, яка складається із шарів металевого корду та гуми. Приклад такої системи рівнянь та її числового розв'язання наведено в [2].

Числовий метод, використаний у [2], розв'язує задачу з низкою припущень. До того ж, отримані результати важко застосовувати при аналізі можливостей удосконалення як установки, так і самого технологічного процесу. Тому, з метою отримання простих аналітичних виразів, які б могли описати технологічний процес, усі викладені вище задачі розв'язуються послідовно в лінійному наближенні.

Якщо $I_0=0$ та $\omega_0 \succ \delta$, що відповідає нашому випадку, то розв'язок системи рівнянь (1) для струму в контурі має вигляд

$$I = (U \exp(-\delta t) / (\omega L)) \sin(\omega t) .$$
 (2)

Період коливань дорівнює

$$T = (2\pi)/\omega = (2\pi)/\sqrt{1/(LC) - R^2/(4L^2)}.$$
 (3)

Найбільш простий метод практичного дослідження процесу розряду реалізується при записі осцилограм напруги на частині активного опору контуру. Ця напруга пропорційна похідній від електричного струму. З урахуванням (2) можна отримати

$$dI/dt = (U_0 \exp(-\delta t)/L)(\cos(\omega t) - (\delta/\omega)\sin(\omega t))$$
. (4)
Значення максимумів на осцилограмі дозволяє визначити активний опір контуру. Дійсно, якщо при $t = 0$ значення напруги на осцилограмі дорівнює U_1 , а при $t = T$

– дорівнює
$$U_2$$
, то згідно з (4) маємо

$$/U_2 = \exp(\delta T) \,. \tag{5}$$

$$U_1/U_2 = \exp(\delta T)$$
 .
Або після нескладних перетворень

$$= (2L/T) \ln(U_1/U_2)$$
. (6)

Метод "магнітного удару" базується на забезпеченні взаємодії електричних струмів між собою. Вираз для механічної сили F, що виникає між двома паралельними провідниками, по яких проходить електричний струм *I*, має вигляд

$$F = (\mu \mu_0 I^2 l) / (2\pi a), \tag{7}$$

де *l* – довжина провідників, *a* – відстань між ними, µ

– магнітна проникність, $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \Gamma_{\rm H/M}$ – магнітна константа.

Для подальшого аналізу процесів, що мають місце при пропусканні електричних імпульсів по металевому корду, необхідно проаналізувати геометрію його розташування в реальній шині.



Рис. 1. Схематичне зображення розташування шару металевого корду в шині

Із рис. 1 видно, що відношення довжини дротів а1

до подвійної ширини смуги 2b₁ дорівнює

$$a_1/(2b_1) = 1/(2\cos(\alpha))$$
. (8)

Це відношення замінює відношення $\frac{1}{2\pi a}$ у виразі (7), якщо дія магнітного удару відбувається на цілу автомобільну шину. Для зразків, вирізаних із шини, розмір а1 відповідає довжині зразка, а розмір b₁ – ширині зразка. Вираз (7) змінюється на

$$F = (\mu \mu_0 I^2 a_1) / (2b_1) .$$
(9)

За час Δt дії механічної сили шар металевого корду та гуми над ним отримають механічний імпульс р, що дорівнює

$$p = \int_0^{\Delta t} F dt . \tag{10}$$

Як наслідок дії механічного імпульсу, частина автомобільної шини масою m отримує кінетичну енергію W_{ν} , що дорівнює

$$W_{\kappa} = p^2 / (2m)$$
. (11)

Енергія W, накопичена в контурі за час Δt , при розряді конденсаторної батареї витрачається на енергію W₁ нагрівання активного опору самої установки та W_2 , що поглинається в навантаженні. Крім того, енергія W_2 , у свою чергу, розподіляється між енергією $W_{2\mu}$ нагрівання навантаження та кінетичною енергією $W_{2\kappa}$ коливань навантаження. Таким чином, можна записати

$$W = W_1 + W_2 = W_1 + W_{2\mu} + W_{2\mu} .$$
(12)

Енергії, що йдуть на нагрівання активних опорів установки та навантаження легко записати через струм I та відповідний активний опір. Тому, з урахуванням (9) – (12), у лінійному наближенні

$$W = (1/2)R_0 \int_{0}^{\Delta t} I^2 dt + (1/2) \int_{0}^{\Delta t} R_{\mu} I^2 dt + (1/8m)(\mu \mu_0 a_1 / b_1)^2 (\int_{0}^{t} I^2 dt)^2.$$
(13)

Як бачимо з (13), енергія, що йде на механічний удар, пропорційна четвертому степені від струму, а енергії, що йдуть на нагрівання – другому. Цей факт, а також можливість змінювати активний опір самої установки, уможливлює вдосконалення технологічного процесу та конструкції установки.

Дія механічного удару та надшвидке нагрівання навантаження мають забезпечувати розділення шарів металевого корду та гуми у шині. Максимальний тиск *Р*_м на шар металевого корду при ударі дорівнює

$$P_{_{\mathcal{M}}} = F_{_{\mathcal{M}}} / (a_1 b_1) ,$$
 (14)

де $F_{_{\mathcal{M}}}$ – максимальне значення механічної сили, що виникає внаслідок удару. З урахуванням (9), отримуємо

$$P_{M} = (\mu \mu_0 I_{M}^{2}) / (2b_1^{2}), \qquad (15)$$

де $I_{_{\mathcal{M}}}$ – максимальне значення електричного струму розряду. Цей тиск повинен перевищувати границю пружності гуми $\sigma_{_{2p}}$, тобто має виконуватися умова

$$P_{\mathcal{M}} \ge \sigma_{\mathcal{P}} \,. \tag{16}$$

Нагрівання металевого корду, унаслідок проходження електричного розрядного струму, веде до підвищення його температури

$$\Delta T = W_{2\mu} / (m_{\kappa} c_{\kappa}) , \qquad (17)$$

де c_{κ} – питома теплоємність металу корду, m_{κ} – маса корду. Відносне розтягування металевого корду при нагріванні можна записати у вигляді

$$\Delta l / l = \alpha_{\kappa} \Delta T , \qquad (18)$$

де α_{κ} – коефіцієнт теплового розширення металевого корду. Адгезійний шар між металевим кордом і гумою утворюють сульфіди міді та цинку. При надшвидкому нагріванні корду сульфідний прошарок розтягується пропорційно α_{cya} – коефіцієнту теплового розширення сульфідів.

Приймемо, що за час дії електричного імпульсу відбувається нагрівання тільки металевого корду. Тоді механічна напруга σ_{k} , що виникає в адгезійному шарі між металевим кордом і сульфідним прошарком, дорівнюватиме

$$\sigma_{\kappa} = E_{cyn} (\alpha_{\kappa} - \alpha_{cyn}) \Delta T , \qquad (19)$$

де *E*_{сул} – модуль Юнга сульфідного прошарку. Для руйнування адгезійного шару напруга *σ*_к повинна перевищувати границю пружності сульфідного прошарку *σ*_{сул}, тобто має виконуватись умова

$$\sigma_{\kappa} \ge \sigma_{CVA} . \tag{20}$$

Одночасне виконання умов (16) і (20) має забезпечувати відокремлення металевого корду від гуми в зношених шинах.

2. Оптимізація конструкції модуля та експериментальні результати випробувань базового й модернізованого модулів. Аналіз виразів (9)–(20) вказує, що збільшення максимального значення електричного струму розряду має збільшувати ефективність дії "магнітного удару". Для експериментальної перевірки ефективності роботи був створений модуль з покращеними, відповідно до наведеного вище аналізу, електродинамічними характеристиками. Параметри цього модуля порівнювалися з параметрами базового модуля електроімпульсної установки, опис якої наведено в [1]. Обидва модулі мали однакову максимальну енергію, що накопичувалася в імпульсі – 10 кДж.

Базовий модуль був виконаний з використанням паралельно-послідовної схеми підключення 8 високовольтних конденсаторів "К41-И7" і мав такі параметри:

– електрична ємність $C_1 = 200 \,\mathrm{Mk} \Phi$,

– максимальна зарядна напруга $U_{01} = 10 \, \mathrm{\kappa B}$.

Для з'ясування інших електричних параметрів були проведені записи осцилограм процесу розряду при короткозамкненому навантаженні та навантаженні у вигляді зразка шини. Період загасаючих коливань при короткозамкненому навантаженні дорівнював – $T_1 = 55 \,\mathrm{mkc}$, а при навантаженні у вигляді зразка шини – $T_{1\mathrm{pob}} = 65 \,\mathrm{mkc}$. Власна електрична індуктивність базового модуля дорівнювала

$$L_{1\text{ycr}} \approx (T_1 / 2\pi)^2 / C_1 = (55 \cdot 10^{-6} / 2 \cdot 3, 14)^2 / 200 \cdot 10^{-6}) \approx 0,38 \cdot 10^{-6} \,\Gamma_{\text{H}} \,. \tag{21}$$

Індуктивність *L*_{1роб} навантаженого модуля дорівнювала

$$L_{\rm 1po6} \approx (T_{\rm 1po6} / 2\pi)^2 / C_1 = (65 \cdot 10^{-6} / 2 \cdot 3, 14)^2 / 200 \cdot 10^{-6}) \approx 0, 5 \cdot 10^{-6} \,\Gamma_{\rm H} \,.$$
⁽²²⁾

Власний активний електричний опір модуля

$$R_1 \approx (2L_{1ycr} / T_1) \ln(U_1 / U_2) = (0,76/55) \ln(10/8) \approx 0,003 \text{ Om}$$
 (23)

де U_1 і U_2 – перше й друге амплітудні значення електричної напруги згідно з осцилограмою розряду. Амплітудне значення електричного струму I_{1pob} розряду батареї конденсаторів дорівнювало

$$I_{1po\delta} \approx U_{01} (C_1 / L_{1po\delta})^{1/2} \approx 10.10^3 (200/0,5)^{1/2} \approx 200.10^3 \,\mathrm{A}$$
 (24)

Для модернізованого модуля була вибрана схема паралельного підключення 8 високовольтних конденсаторів "К41-И7". Підключення всіх конденсаторів до розрядника виконувалося за допомогою малоіндуктивних високовольтних кабелів, причому розташування як конденсаторів, так і розрядника було вибране таким чином, щоб максимально зменшити відстані між ними. Модуль мав такі параметри: електрична ємність $C_2 = 1000$ мк Φ , максимальна зарядна напруга $U_{02} = 5$ кВ. Період загасаючих коливань при короткозамкненому навантаженні дорівнював – $T_2 = 60$ мкс, а при навантаженні у вигляді зразка шини – $T_{2\text{pob}} = 65$ мкс. Власна електрична індуктивність дорівнювала

$$L_{2\text{ycr}} \approx (T_2 / 2\pi)^2 / C_2 = (60 \cdot 10^{-6} / 2 \cdot 3, 14)^2 / 1000 \cdot 10^{-6}) \approx 0,09 \cdot 10^{-6} \,\Gamma\text{H} \,.$$
⁽²⁵⁾

Індуктивність L_{2поб} навантаженого модуля дорівнювала

$$L_{2\text{pob}} \approx (T_{2\text{pob}} / 2\pi)^2 / C_2 = (65 \cdot 10^{-6} / 2 \cdot 3, 14)^2 / 1000 \cdot 10^{-6}) \approx 0,11 \cdot 10^{-6} \,\Gamma\text{H} \,.$$
⁽²⁶⁾

Власний активний електричний опір модуля дорівнював

$$R_2 \approx (2L_{2\text{ycr}} / T_2) \ln(U_1 / U_2) = (0.18/60) \ln(10/8) \approx 0.001 \,\text{Om} \,.$$
⁽²⁷⁾

де U_1 і U_2 – перше й друге амплітудні значення електричної напруги на осцилограмі розряду.

Амплітудне значення електричного струму І2роб у першому максимумі розряду батареї конденсаторів дорівнювало

$$I_{2po\delta} \approx U_{02} (C_2 / L_{2po\delta})^{1/2} \approx 5 \cdot 10^3 (1000 / 0, 1)^{1/2} \approx 300 \cdot 10^3 \,\mathrm{A}$$
 (28)

Із порівняння отриманих параметрів бачимо, що вдалося суттєво зменшити індуктивність і власний активний опір у новому модулі, що привело до суттєвого (у півтора рази) збільшення амплітудного значення електричного струму. Крім того, зменшення робочої напруги дає можливість спростити роботу та підвищити безпеку праці з модулем.

Досліди з відокремлення металевого корду від гуми проводили для зразків, які були вирізані з протекторної частини шини легкових автомобілів. Зразки були вирізані вздовж одного із шарів металевого корду і мали розміри

$$a_1 \times b_1 \approx 200 \times 35 \,\mathrm{MM}^2 \tag{29}$$

і потрібне надалі в розрахунках відношення $a_1/2b_1$ дорівнює

$$a_1 / 2b_1 \approx 200 / 70 \approx 2,86$$
. (30)

Досліди показали, що металевий корд зразків відокремлювався від гуми при роботі як базового, так і модернізованого модулів. При роботі базового модуля чисте відокремлення відбувалось при максимальному заряді модуля до робочої напруги 10 кВ та енергії в імпульсі 10 кДж, а в модернізованому модулі вже за робочої напруги 3 кВ, що відповідає енергії в імпульсі 3,2 кДж, а при напрузі в 5 кВ і, відповідно, енергії в імпульсі 10 кДж, металевий корд зразків повністю зникав унаслідок електричного вибуху. Як бачимо, ефективність модуля підвищилась приблизно втричі.

$$W_{2\mu} = ((I_{1\text{pob}})^2 \cdot R_3 \cdot \Delta t) / 3 \approx ((200 \cdot 10^3)^2 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 30 \cdot 10^{-6}) / 3 \approx 1 \,\text{kJx} \,.$$
(33)

З урахуванням (17), підвищення температури металевого корду зразка ΔT_1 , унаслідок проходження розрядного струму, дорівнювало

$$\begin{split} \Delta T_{\rm I} = W_{2\mu} \, / (c_{\rm cT} \cdot m_{\rm IM}) \approx 1 / (0,45 \cdot 15 \cdot 10^{-3}) \approx 150 \, {\rm K} \,, \,\, (34) \\ P_{_{M}} = (\mu \mu_0 I_{1 {\rm poo}}{}^2) / (2 b_{\rm I}{}^2) \approx (1,26) \\ {\rm Y} \,\, {\rm pe}$$
зультаті додаткових вимірювань на розривній машині було попередньо з'ясовано що, $\sigma_{_{2P}} \approx 5 \cdot 10^5 \, {\rm Ta} \,. \\ Бачимо, що \, P_{_{M}} \succ \sigma_{_{2P}}$, тобто умова (16), виконується.

Оцінимо значення механічної напруги σ_{κ} , що вини-

кає в адгезійному прошарку між металевим кордом і гумою унаслідок нагрівання корду. Модуль пружності

Границя пружності сульфіду цинку дорівнює $14 \cdot 10^6 \Pi a$, тобто є суттєво меншою, ніж напруга σ_{κ} , що виникає в адгезійному прошарку. Тобто умова (20) також виконується. Так само можна переконатися у виконанні умов (16) та (20) і для експериментів, що проводилися на модернізованому модулі.

Висновки. Проведений теоретичний аналіз дозволив визначити напрямки модернізації окремого модуля електроімпульсної установки та критерії ефективності його роботи. Унаслідок використання отриманих теоретичних результатів при проектуванні та створенні модернізованого модуля, вдалося в три рази підвищити його ефективність. Отримані результати дають можливість Перевіримо, наскільки в цих дослідах виконувалися умови (16) та (20), наприклад, для експерименту, що проводився на базовому модулі. Для розрахунку дії "магнітного удару" слід з'ясувати вагу частини зразка, на яку діє "магнітний удар" та її електричний опір. Вага шару гуми *т*₁, що відокремлювалася, приблизно дорі-

внювала 20 г або $20 \cdot 10^{-3} \, \mathrm{kr}$, вага дротів металевого корду $m_{1_{\mathrm{M}}}$ приблизно дорівнювала 15 г або $15 \cdot 10^{-3} \, \mathrm{kr}$. Таким чином, загальна вага m_1 частини зразка, що відокремлювалась, дорівнювала

$$m_1 = m_{1\Gamma} + m_{1M} \approx 20 \cdot 10^{-3} + 15 \cdot 10^{-3} = 35 \cdot 10^{-3} \,\mathrm{kr}$$
 (30)

Електричний опір зразка R₃ дорівнював приблизно

$$R_{_3} \approx 25 \cdot 10^{-4} \,\mathrm{Om} \,.$$
 (31)

Згідно з даними, отриманими за допомогою записів осцилограм процесу розряду, з'ясувалося, що суттєва дія електричного струму на зразок відбувалася на протязі тільки першого півперіоду імпульсу розряду. Тому, час Δt дії струму на зразок дорівнював приблизно

$$\Delta t \approx 30 \,\mathrm{mkc} \,. \tag{32}$$

Енергія *W*_{2*н*}, що пішла на нагрівання металевого корду зразка в базовому модулі, дорівнювала приблизно

де $c_{cr1} = 0,45 \, \kappa Дж / (\kappa \cdot K)$ – питома теплоємність сталі. З урахуванням (15) максимальний тиск, на шар ме-

талевого корду під дією "магнітного удару" дорівнює

$$I_{t} = (\mu \mu_0 I_{1po\delta}^2) / (2b_1^2) \approx (1,26 \cdot 40000) / (2 \cdot 0,001) \approx 2,5 \cdot 10^7 \,\Pi a$$
 (35)

сульфіду цинку дорівнює $7,45 \cdot 10^{10} \Pi a$, коефіцієнти теплового розширення цинку та сульфіду цинку дорівнюють відповідно $39,7 \cdot 10^{-6} \mathrm{K}^{-1}$ і $6,5 \cdot 10^{-6} \mathrm{K}^{-1}$. З урахуванням (19) і (34) маємо

 $\sigma_{\kappa} = E_{cyn} (\alpha_{\kappa} - \alpha_{cyn}) \Delta T \approx 7,45 \cdot 10^{10} \cdot 3 \cdot 10^{-5} \cdot 150 \approx 35 \cdot 10^{7} \,\Pi a \,. \tag{36}$

проектувати електроімпульсну установку з суттєво покращеними електродинамічними та енергетичними характеристиками.

Стаття написана за результатами виконання теми № 06БП052-03.

1. Бедюх О.Р. Електроімпульсний метод деструкції зношених автомобільних шин // Вісн. Київ. ун-ту: Радіофізика та електроніка. – 2006. – № 9. 2. Бедюх А.Р., Склеповой В.Н., Щерба А.А. и др. Электроимпульсный способ и установка деструкции металлического корда и резины автомобильных шин // Техническая электродинамика (Тематический выпуск НАН Украины). – Киев. – 2002. – Ч. 2.

Надійшла до редакції 15.10.07

УДК 534.2:535.4

Л. Войтенко, магістр, Є. Смирнов, канд. фіз.-мат. наук, О. Юрченко, пров. інж.

ПРЯМЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ВІДБИТТЯ ПОВІЛЬНОЇ ЗСУВНОЇ ПРУЖНОЇ ХВИЛІ У ПЛОЩИНІ (110) ПАРАТЕЛУРИТУ

Методом оптичного зондування досліджено відбиття повільної зсувної хвилі, що поширюється вздовж напрямку [110] від вільної поверхні кристала парателуриту. Розраховано геометрію експериментального зразка, яка забезпечує поширення відбитої хвилі вздовж осі [001] кристала. Показано, що візуалізація відбиття ультразвукових пучків у площині (110) можлива з використанням ізотропної акустооптичної взаємодії.

Reflection of the slow shear wave propagating along the [110] direction of the TeO_2 single crystal has been studied using optical probing. The experimental sample geometry that provides propagation of the reflected wave along the [001] axis has been calculated. It has been shown that visualization of the reflection of ultrasonic beams within the $(1\overline{10})$ plane is possible if isotropic acousto-optic interaction is used.

Вступ. Специфічний характер відбиття пружних хвиль, перш за все зсувних, від вільної поверхні кристала парателуриту привертає останнім часом постійну увагу дослідників [2, 3, 7, 8]. Це пов'язано з широким застосуванням цього кристала і цього типу хвиль в акустооптиці. Для розрахунку поляризації та шляхів поширення падаючої та відбитої хвиль широко використовується добре розвинена теорія плоских пружних хвиль у кристалах [4, 6], яка дає гарні результати й у випадку ультразвукових пучків. Однак експериментальні дослідження незвичайної поведінки відбитих ультразвукових хвиль у парателуриті є нечисленними [2, 7, 8]. Щодо повільної зсувної хвилі, яка поширюється та відбивається у площині (110), то спостереження ("візуалізація") розподілу її поля ускладнюються тим, що напрямок спостереження, нормальний до площини поширення, є "забороненим", тобто дифракція світла на акустичній хвилі при такий геометрії взаємодії не відбувається. Автори [3] спостерігали "заборонену" колінеарну дифракцію світла на повільній акустичній хвилі, що поширюється поблизу напрямку [110], шляхом використання оптичного пучка з розбіжністю до 4°, але їхня методика не дозволяє візуалізувати акустичне поле у площині (110).

Метою даної роботи є дослідження падаючої та відбитої у площині $(1\overline{10})$ зсувних хвиль, що поляризовані вздовж $[1\overline{10}]$, шляхом їх зондування оптичним пучком з малою розбіжністю, яка поширюється майже перпендикулярно до площини падіння.

Теоретичне підґрунтя та вибір геометрії експериментального зразка. Поширення плоскої акустичної хвилі в анізотропному середовищі описується рівнянням Крістоффеля [4]:

$$\Gamma_{il}u_l = \rho V^2 u_i \,, \tag{1}$$

де Γ_{il} – компоненти тензора Крістоффеля Γ , які визначаються як $\Gamma_{il} = c_{ijkl}n_jn_k$; c_{ijkl} – компоненти тензора пружності, u_i – компоненти вектора зміщення (поляризації) пружної хвилі \vec{u} , ρ – густина середовища, V – фазова швидкість хвилі, n_j , n_k – компоненти вектора \vec{n} одиничної нормалі хвильового фронту; індекси i, j, k, l набувають значень від 1 до 3. Три власні числа (ρV^2)_m, m = 1, 2, 3, тензора другого рангу Γ визначають швидкості V_m трьох пружних хвиль, що можуть поширюватись у напрямку \vec{n} . Три його власних вектори \vec{u}_m визначають поляризацію цих хвиль. У загальному випадку напрямки векторів фазової швидкості \vec{V} і гру-

пової (променевої) швидкості \dot{W} не збігаються. Компоненти вектора останньої визначаються з виразу [4]:

$$W_i = \frac{c_{ijkl}u_ju_ln_k}{\rho V},\tag{2}$$

де *V* і *ü* – фазова швидкість і вектор поляризації будьякої, обраної з трьох, хвилі.

Закони відбиття та заломлення плоских пружних хвиль на межі поділу двох анізотропних середовищ виводяться з умов неперервності зміщень і механічних напружень на їх межі. У випадку вільної відбивальної поверхні граничні умови трансформуються в умову нульових напружень. В обох випадках для синусоїдальних плоских хвиль з граничних умов випливають такі закони відбиття та заломлення [4]:

$$\frac{\sin \theta^{I}}{V(\theta^{I})} = \frac{\sin \theta^{R}}{V(\theta^{R})} = \frac{\sin \theta^{I}}{V(\theta^{T})},$$
(3)

де θ^{I} , θ^{R} , θ^{T} – відповідно кути падіння, відбиття та заломлення. Беручи до уваги залежність фазових швидкостей від напрямку поширення, спрямованим величинам $\vec{S} = \vec{n} / V(\theta)$ надають різні назви: вектори оберненої швидкості, повільності, або вектори рефракції [6]. Будемо користуватись останньою назвою.

Аналіз співвідношень (3) показує, що закони відбиття/заломлення мають просту геометричну інтерпретацію: проекції всіх векторів рефракції на межу поділу є рівними. Цей факт використовується для знаходження такої конфігурації експериментального зразка, яка забезпечує найбільш просту інтерпретацію результатів спостережень. Найлегше це зробити у випадку, коли падаюча та відбита хвилі поширюються вздовж деяких особливих напрямків у кристалі. Рис. 1 ілюструє процедуру знаходження такої орієнтації вільної відбивальної поверхні кристала, від якої хвиля, що поширюється вздовж напрямку [110], відбивається точно вздовж напрямку [001]. У цьому випадку, як легко перевірити за допомогою виразу (2), напрямки фазових і групових швидкостей збігаються.

На рис. 1 побудовано перетин поверхні векторів рефракції (еліптична крива) зсувних хвиль, поляризованих уздовж [110], площиною падіння (110). Значення їх швидкостей залежно від напрямку поширення дається виразом [2]:

$$V(\theta) = \sqrt{\frac{c_{44} + \left(\frac{c_{11} - c_{12}}{2} - c_{44}\right)\sin^2\theta}{\rho}},$$
 (4)

де θ – полярний кут вектора рефракції. У цьому виразі здійснений стандартний перехід до матричних позна-© Войтенко Л., Смирнов Є., Юрченко О., 2008 чень компонент тензора пружності $c_{ijkl} \Leftrightarrow c_{\lambda\mu}$, при якому індекси λ , μ пробігають значення від 1 до 6. Значення компонент тензора пружності кристала TeO₂ [5], використані в розрахунках, становлять c_{11} =5.57,

 c_{12} =5.12 і c_{44} =2.65 в одиницях вимірювання 10¹⁰ H/м². Густина ρ =6·10³ кг/м³.



Рис. 1. Аналіз відбиття повільної зсувної хвилі від вільної поверхні кристала TeO₂. \vec{S}^{I} , \vec{S}^{R} – вектори рефракції падаючої та відбитої хвиль, α – кут падіння

Вектор рефракції хвилі, що падає на межу розділу знизу, з кристала, добудовано у вільний простір відрізком ОВ такої ж довжини. З кінця цього відрізка (точка В) опущено перпендикуляр на граничну поверхню, яка, у свою чергу, є перпендикулярною до площини падіння (110). Продовження цього перпендикуляра до перетину з еліпсом (точка А) визначає напрямок поширення відбитої хвилі. На рис. 1 орієнтація відбивальної площини Р обрана таким чином, що відбита хвиля поширюється точно вздовж напрямку [001]. Легко бачити, що значення кута α , який визначає орієнтацію відбивальної площини, у цьому випадку дорівнює $\operatorname{arctg}(OA_{OB})$. Довжини відрізків ОА і ОВ дорівнюють значенням обернених швидкостей відповідно вздовж напрямків [001] і [110]. Значення останніх, як відомо [4], даються виразами $V_{[001]} = \sqrt{c_{44}/\rho}$ і $V_{[110]} = \sqrt{(c_{11}-c_{12})/2\rho}$. Беручи до уваги ці співвідношення, кут відхилення шуканої площини від напрямку [001] такий:

$$\alpha = \operatorname{arctg}_{\sqrt{(c_{11} - c_{12})/2c_{44}}}.$$
 (5)

Значення кута α , що розрахований для наданих значень $c_{\lambda\mu}$, становить 16,25°. Експериментальний зразок був виготовлений з кутом α =16,24°.

Обґрунтування експериментальної методики. Ідея, покладена в основу експериментальної методики спостереження відбиття пружних хвиль у парателуриті, полягає у використанні оптичного пучка, що поширюється під деяким невеликим кутом до напрямку спостереження [110]. У цьому випадку, як буде показано пізніше, ефективна фотопружна константа [1, с. 31] може бути ненульовою і дифракція світла на зсувній хвилі стає можливою.

Для спостереження акустооптичної дифракції, окрім наявності ненульової фотопружної константи, необхідно також виконання другої умови, а саме закону збереження імпульсу. Виконання цієї умови аналізується із залученням методу векторних діаграм. У випадку одновісних кристалів, до яких належить TeO₂, можливі два типи акустооптичної взаємодії: анізотропна, коли в процесі взаємодії звуку й світла змінюється стан поляризації останнього, та ізотропна, без зміни стану поляризації. Зазвичай при дослідженні зсувних хвиль у парателуриті спостерігають анізотропну дифракцію, яка відзначається дуже високою ефективністю. Для дослідження відбиття повільної зсувної хвилі ми використали ізотропний тип дифракції. Використання анізотропної дифракції виявилось практично неможливим. Це пов'язано з тим фактом, що анізотропна дифракція в парателуриті, на відміну від ізотропної, може відбуватись не на будь-якій акустичній частоті, а лише на частоті з обмеженого частотного діапазону. Обмеження знизу визначається мінімальною частотою f_{\min} , яка у випадку поширення зондувального світлового променя у площині (001), тобто перпендикулярно до оптичної осі, до-

рівнює [1]
$$f_{\min} = \frac{V}{\lambda(n_e - n_o)}$$
, де λ – довжина світлової

хвилі у вакуумі, n_o і n_e – показники заломлення звичайної та незвичайної світлових хвиль. У випадку, коли світловий промінь поширюється поза площиною (001), цей вираз набуває зміни. Проаналізувавши перетин оптичної індикатриси площиною, у якій поширюється зондувальний промінь, легко показати, що в цьому випадку при нахилі до 10° значення мінімальної частоти майже не змінюється. Слід зазначити, що мінімальна частота відповідає колінеарній дифракції. У нашому випадку майже перпендикулярних напрямків поширення світлових і акустичних хвиль діапазон внутрішніх

кутів падіння світла на фронт акустичної хвилі $\theta_{_{CB}}$ ста-

новить від 0 до $\arcsin \frac{1}{n_o}$. З аналізу векторних діаграм

акустооптичної взаємодії можна показати, що залежність частоти звуку від θ_{c_B} визначається виразом

$$f = \frac{V}{\lambda} \left(\sqrt{n_{\rm e}^2 - n_{\rm o}^2 \cos^2 \theta_{\rm cB}} - n_{\rm o} \sin \theta_{\rm cB} \right) \,. \tag{6}$$

При зміні зовнішніх кутів падіння від 0 до 90° (відпо-

відно внутрішніх від 0 до $\arcsin \frac{1}{n_{\rm o}}$) частоти змінюються

від 818 до 295 МГц для звукової хвилі, що поширюється вздовж [110], і від 2,8 ГГц до 1 ГГц для звукової хвилі, яка поширюється вздовж [001]. Через це використання анізотропної дифракції для візуалізації цих хвиль унеможливлюється. Навпаки, ізотропна дифракція, що не має таких частотних обмежень, може бути використана.

Ефективна фотопружна константа для заданих параметрів (поляризація, напрямок поширення) взаємодіючих акустичної та світлової хвиль прямо обчислюється за виразом [1, с. 31]

$$p_{eff} = \vec{d}_{\alpha} \vec{d}_{\beta} \mathbf{p} \vec{n} \vec{u} , \qquad (7)$$

де **р** – тензор фотопружності, \vec{d}_{α} і \vec{d}_{β} – вектори поляризації падаючої та дифрагованої світлових хвиль. Обчислення коефіцієнта акустооптичної якості

 $M_2 = \frac{p^2_{eff} n^6}{\Omega V^3}$, який визначає ефективність акустоопти-

чної взаємодії, для випадку звичайного світлового променя, що поширюється під кутом приблизно 1° до напрямку $[1\,\overline{1}0]$, і повільної звукової хвилі вздовж [110] дало значення $M_2 \approx 0.95 \times 10^{-15}$ кг·с⁻¹, що приблизно в півтора рази менше від M_2 плавленого кварцу. Таким чином, ізотропна дифракція придатна для візуалізації відбиття повільної зсувної хвилі в парателуриті.

Експериментальні дослідження та обговорення результатів. Схема експериментальної установки, що була використана для акустооптичних досліджень, наведена на рис. 2. 3 генератора високочастотних сигналів на п'єзоперетворювач подається неперервний сигнал частотою 27.5 МГц. Збуджена повільна зсувна хвиля поширюється в напрямку [110] і є об'єктом досліджень. Візуалізація акустичних променів проводиться лазерним променем, що падає майже під прямим кутом до бічної грані кристала, орієнтованим, як показано на рис. 2. Кристал розташований на поворотному столику, який забезпечує його поворот навколо двох перпендикулярних осей, [110] і [001]. Це дає змогу як вибирати кут падіння світла на вхідну грань, так і налаштовувати кут Брегга для забезпечення умов ефективної дифракції світла на акустичній хвилі. Поширення останньої та її відбиття від вільної поверхні кристала умовно показано смугами на вхідній грані. Можна бачити, що якщо світло падає на зону відбиття, то можливе спостереження дифракції на двох хвилях, падаючій і відбитій. Це показано двома пучками дифрагованого світла за кристалом.



Рис. 2. Схема візуалізації акустичних променів

Оскільки в даному випадку можливим є тільки режим ізотропної дифракції, ефективність якої є невеликою, то потужності використаного гелій-неонового лазера (~0,5 мВт) виявилось недостатньо для візуалізації акустичних хвиль за допомогою широкого світлового пучка. Тому дослідження проводилось вузьким лазерним пучком діаметром ~2 мм. Із цієї причини візуалізацію всього пучка одночасно зробити не вдалось. Але шляхом сканування, переміщуючи зондувальний луч по вертикалі та горизонталі так, щоб він послідовно пройшов усі точки кристала, було виявлено (за наявності дифракційних максимумів) місця, де проходять акустичні пучки.

Якщо лазерний промінь перетинає кристал у тому місці, де відбуваються пружні збурення, то внаслідок акустооптичної взаємодії, окрім променя що пройшов, з'явиться дифрагований (див. рис. 2). Кутову різницю цих променів можна спостерігати на екрані, що розташований за кристалом. Налаштовування кутів Брегга – кутів чіткого спостереження дифракційних максимумів, для падаючої та відбитої хвиль – досягалось за рахунок поворотного стола за двома координатами. Кути Брегга визначаються як [1] $\sin \theta_E = \lambda/2\Lambda$, де λ – довжина світлової хвилі, Λ – звукової.

Оскільки експеримент проводився на порівняно низькій частоті (27,5 МГц), то за рахунок розбіжності ультразвукових пучків вдалося одночасно спостерігати дифракцію як на хвилі вздовж напрямку [110], так і на хвилі вздовж напрямку [001]. При наближенні лазерним променем до області кристала, де за розрахунками мало б відбутись відбиття падаючого ультразвукового променя, спостерігалась дифракційна картину, що містила максимуми одразу у двох перпендикулярних напрямках (рис. 3). Це свідчить про те, що дифракція відбувається одразу на двох акустичних хвилях, падаючій і відбитій. При цьому поляризація дифрагованого та падаючого світла є однаковою, що підтверджує ізотропний тип дифракції.



Рис. 3. Дифракція світла на падаючій і відбитій УЗ-хвилях. Ліворуч – при вимкненому, праворуч – при ввімкненому генераторі. При зондуванні місця, де наявні як падаючий промінь, так і відбитий, виникли максимуми у двох перпендикулярних напрямках (позначені стрілками)

За значеннями кутів відхилення дифрагованих світлових променів обчислено швидкості акустичних хвиль, на яких відбулась дифракція. Швидкість звуку падаючого пучка становить 640 м/с, відбитого 2260 м/с. Експериментальні дані дещо розходяться з розрахованими швидкостями в кристалі – 612 м/с для падаючого та 2100 м/с для відбитого акустичних пучків. Останнє може бути пояснено неточним вимірюванням кутових характеристик дифрагованих світлових пучків, обумовленим труднощами визначення точного просторового положення світлових плям. Потрібно також зазначити, що ефективність ізотропної дифракції виявилась значно меншою від очікуваної. Для надійного спостереження дифракційної картини було потрібне послаблення недифраговоного світла за допомогою оптичного фільтра, який розташований за кристалом. Тінь від нього можна спостерігати в центральній частині зображень, наведених на рис. 3. Відповідь на запитання, чому так сталося, потребує подальших досліджень.

На закінчення слід відзначити, що пряме спостереження відбиття у площині (110) повільної зсувної хвилі, яка поширюється вздовж напрямку [110], методом "похилого променя", що запропоновано в роботі, дозволяє дослідити просторове положення ультразвукових пучків у багатьох випадках при розробці та застосуванні акустооптичних і ультразвукових приладів.

Висновки. Методом оптичного зондування досліджувалося відбиття повільної зсувної хвилі, яка поширюється вздовж напрямку [110] від вільної поверхні кристала парателуриту. Розрахунки ефективної фотопружної константи для випадку поширення зондувального променя майже перпендикулярно до площини відбиття (110) показали, що як анізотропна, так і ізотропна акустооптична взаємодія в цьому випадку можлива, хоча й

УДК 621.272.832.01

не дуже ефективна. Щодо анізотропної дифракції, то її можна спостерігати тільки на дуже високих, як для парателуриту, частотах – більше 300 МГц. Експерименти з акустичною хвилею частотою 27.5 МГц продемонстрували можливість одночасно спостерігати дифракційні плями від обох, падаючої і відбитої, акустичних хвиль. Водночас вони показали значно меншу ефективність дифракції, ніж можна було очікувати, виходячи з результатів розрахунків. Спираючись на проведені дослідження, можна дійти висновку, що оптична візуалізація відбиття акустичних хвиль у площині (110) можлива з

використанням ізотропної дифракції світла на зсувній хвилі. У випадку порівняно низьких акустичних частот (~30 МГц) можливе одночасне спостереження падаючого та відбитого ультразвукових пучків. Додаткові дослідження необхідні для того, щоб з'ясувати, чому ефективність дифракції, що спостерігається в експерименті, значно нижче розрахункової.

1. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.И. Физические основы акустооптики. – М. 1985. 2. Гнатишин М.А., Смирнов С.М., Юрченко О.В. Дослідження багатократного відбиття повільної зсувної хвилі від вільних поверхонь в парателуриті // Вісн. Київ. ун-ту Сер.: фізикоматематичні науки. – 2007. – Вип. 1. 3. Доброленский Ю.С, Волошинов В.Б. Парыгин В.Н. Коллинеарная дифракция расходящегося светового пучка на ультразвуке в кристалле парателлурита // Оптика и спектроскопики. – 2005. – Вип. 98, № 4. 4. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твёрдых телах: Применение для обработки сигналов. – М., 1982. 5. Акустические кристаллы: Справочник / Под ред. М.П. Шаскольской. – М., 1985. 6. Федоров Ф.И. Теория упругих волн в кристаллах. – М., 1965. 7. Kastelik J.C., Gazalet M.G., Bruneel C. and Bridoux E. Acoustic shear propogation in Paratellurite with reduced spreading // J. Appl. Phys. – 1993. – Vol. 74, № 4. 8. Voloshinov V.B., Polikarpova N.V. and Mozhaev V.G. Nearly Backward Reflection of Bulk Acoustic Waves at Grazing Incidence in a TeO₂ Crystal // Acoustical Physics. – 2006. – Vol. 52, № 3.

Надійшла до редколегії 03.10.07

Ю. Гайдай, канд. фіз.-мат.наук, В. Сидоренко, канд. фіз.-мат. наук, О. Сінькевич, асп.

БЛИЖНЬОПОЛЬОВИЙ МІКРОСКОП ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСПЕРСІЇ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ

Створено пристрій для дослідження дисперсії діелектриків у широкому діапазоні частот: від сотень мегагерців до десятків гігагерців. Проведено тестові вимірювання, які продемонстрували працездатність схеми та вказали напрямки її вдосконалення.

The experimental setup, which allows to measure dielectric constant dispersion in wide frequency range, is build. Some test experiments, which demonstrated its capacity for work and showed some directions for future improvements, were performed.

Ближньопольова мікроскопія – один з найбільш сучасних і ефективних методів дослідження діелектриків. Методи ближньопольових досліджень, що існують на сьогодні, дозволяють з високою роздільною здатністю © Гайдай Ю., Сидоренко В., Сінькевич О., 2008 візуалізувати неоднорідності та дефекти об'єктів, таких як плівки, діелектричні пластини, компоненти НВЧ-схем. Розроблений на кафедрі квантової радіофізики радіофізичного факультету КНУ мікрохвильовий ближньопольовий мікроскоп з активним зондом успішно зарекомендував себе в дослідженні діелектричних параметрів плівок ЖИГ, керамічних покриттів та інших діелектричних об'єктів. Дослідження топографії розподілу неоднорідностей діелектричної проникності зразків у діапазоні частот за допомогою зондових ближньопольових мікроскопів дозволить значно поліпшити параметри розроблюваних сегнетоелектричних елементів, які використовуються при створенні цілого класу принципово нових мікроелектронних пристроїв. Подібні вимірювання недоступні для інших існуючих методик.

На відміну від одночастотного мікроскопа на основі λ

74 резонатора [1], основним завданням широкодіапа-4

зонного мікроскопа є дослідження дисперсії діелектриків. Широкодіапазонний мікроскоп на основі багатомодового коаксіального резонатора дає змогу вимірювати параметри діелектриків у діапазоні частот від сотень мегагерців до десятків гігагерців [2, 3].

Раніше нами був розроблений ближньопольовий мікроскоп на основі багатомодового коаксіального кільцевого резонатора [4], що працював у діапазоні 2–6 ГГц. Не-



a)

зважаючи на ряд його переваг, суттєвим недоліком даної конструкції була недостатня добротність мод кільцевого резонатора через те, що в розрив кільця був увімкнений підсилювач. Це негативно впливало на точність вимірювань. Тому нами був створений новий прилад, який є подальшим удосконаленням схеми [2]. Існує велика кількість модифікацій вищезгаданої конструкції. Наприклад, підключення постійного поля до резонатора дозволяє досліджувати нелінійні характеристики діелектриків. Також застосовується комбінація ближньопольового мікроскопа з атомно-силовим чи тунельним мікроскопом для одночасного дослідження рельєфу поверхні. Спектр застосувань такого пристрою охоплює як фундаментальні (дослідження надпровідності [3] і дисперсії), так і прикладні аспекти (контроль якості та дефектоскопія). Крім того, для сучасної електронної техніки актуальним є дослідження характеристик діелектричних матеріалів у робочому діапазоні частот і температур. Запропонований прилад дозволяє вирішити ці завдання.

На відміну від [2], у створеному нами мікроскопі не використовується направлений відгалуджувач, щоб запобігти паразитним перевідбиттям сигналу. За допомогою трійника детектор безпосередньо під'єднується до резонатора. Крім того, нами розроблено принципову схему керуваня приладом.



б)

Рис. 1. Блок-схема широкодіапазонного ближньопольового мікроскопа (а), схема керування (б)

Принцип роботи приладу (рис. 1) ґрунтується на автоматичній підстройці частоти НВЧ-генератора на частоту однієї з мод коаксіального резонатора. Частотномодульований НВЧ-сигнал подається на резонатор. За допомогою трійника частина потужності з резонатора відводиться на детектор. Продетектований сигнал надходить на один із входів синхронного детектора. На другий вхід надходить опорний сигнал (який також задає модуляцію НВЧ-сигналу). Вихід синхронного детектора через інтегратор і суматор під'єднаний до входу керування частотою НВЧ-генератора.

При повному збігу центральної частоти частотномодульованого НВЧ-сигналу з частотою однієї з мод резонатора у спектрі продетектованого сигналу буде відсутня перша гармоніка, тобто буде відсутній і сигнал на виході фазового детектора. Після навантаження відкритого кінця резонатора на зразок, що досліджується, змінюються частоти і добротність мод. У сигналі з НВЧдетектора виникає складова сигналу на частоті першої гармоніки (на частоті опорного сигналу 3 кГц). Залежно від знака розстройки ця складова буде перебувати у фазі чи протифазі до опорного сигналу (рис. 2). Таким чином, на виході інтегратора почне зростати постійний сигнал.



Рис. 2. Сигнал з детектора при розладі смуги частотної модуляції відносно частоти моди

Зростання сигналу припиниться, коли частота НВЧсигналу знову зрівняється з частотою моди. Завдяки інтегратору вихідний сигнал фазового детектора буде зберігатись на цьому самому рівні, поки знову не виникне частотний розлад. Вимірюючи цей сигнал, можна визначити діелектричну проникність зразка, що досліджується. Крім того, вимірюючи амплітуду другої гармоніки сигналу з НВЧ-детектора, можна визначити тангенс кута втрат. Звязок між сигналом, що вимірюється, і реальними параметрами діелектрика можна отримати, застосовуючи теорію збурень. У найбільш простих випадках можливе також аналітичне розв'язання даної задачі.

Розроблена нами схема керування дозволяє задавати всі необхідні для вимірювань параметри: початкове підсилення сигналу (оскільки моди мають різну добротність), індекс частотної модуляції (для отримання оптимального режиму роботи схеми). Також схема дозволяє задавати постійну складову сигналу, що подається на ГКЧ для вибору конкретної моди.

Дослідження характеристик створеного пристрою показало досить високий рівень власних шумів, що суттєво погіршує точність вимірювань. Основним джерелом шумів у даній схемі є НВЧ-генератор ГКЧ 59, який не розрахований на необхідну стабільність. На рис. З зображено отриману гістограму шумів генератора на частоті З ГГц. Напівширина лінії генерації становила ~70 кГц, тобто стабільність $\Delta f / f \sim 10^{-4}$. Для порівнян-

ня, для мікроскопа [2] ця величина становить $\sim 10^{-6}$.



Рис. 3. Гістограма шуму генератора ГКЧ 59 на частоті 3 ГГц

Якщо високочастотні шуми можна подолати шляхом збільшення постійної часу інтегратора (використати апаратне накопичення сигналу), то більш низькочастотні шуми (<< 1 Гц) є суттєвою проблемою й погіршують точністні характеристики приладу. Аналогічну проблему описано в [3], де автори пропонують долати часовий дрейф частоти за допомогою періодичного перенормування приладу.

На даному етапі проводиться модифікація НВЧблоків генератора ГКЧ 59 (що є компонентом скалярного аналізатора кіл) з метою підвищення його стабільності. Перспективним є також вирішення із застосуванням кількох (5–7) високостабільних НВЧ-генераторів на основі механічних частотозадавальних елементів або застосування цифрових синтезаторів частоти, що охопили б бажаний частотний діапазон. Крім того, плану-

УДК 533. 951

ється реалізувати можливість дослідження діелектриків у діапазоні температур (від –40 до +50 С°).

1. Сидоренко В.С., Гайдай Ю.О., Сінькевич О.В., Жила С.В. Пристрій для ближньопольової мікроскопії діелектричних об'єктів. Державний департамент інтеллектуальної власності. – Бюл. № 10, 15.10.2003 р. Патент за заяв. №2002119038. 2. Anlage S.M., Steinhauer D.E., Feenstra B.J. et al. Near-field microwave microscopy of material properties // Lecture given at the 1999 NATO ASI on Microwave Superconductivity. 3. Anlage S.M., Steinhauer D.E., Vlahacos C.P. et al. Superconducting material diagnostics using a scanning near-field microwave microscope // IEEE transactions on applied superconductivity. – 1999 (June). – Vol. 9, № 2. 4. Danilov V.V. Sidorenko V.S. Gaidai Yu.A., Sinkevich O.V. Near-Field microwave microscope with the ring generator // Ukr. J. Phys., 2004. Vol. 49, № 9. – P. 932–934. 5. Steinhauer D.E., Vlahacos C.P., Wellstood F.C. and Anlage S.M. Imaging of microwave permittivity, tunability, and damage recovery in (Ba,Sr)TiO₃ thin films // Appl. Phys. Lett., 75, No. 20.

Надійшла до редколегії 12.10.07

V. Danilova, magistr, Ye. Martysh, Ph. D.

KINETIC THEORY OF DISCHARGE IN PDP-CELL

Показано, що функцію розподілу електронів за швидкостями (ФРЕ) можна розглянути у спрощеній кінетичній моделі розряду в комірці плазмової панелі. Визначено ключові фази розряду й відповідно до цього стає можливим виділення основних процесів, які формують ФРЕ в кожній області визначення. До основних результатів слід віднести суттєво немаксвеллівський характер ФРЕ у низькоенергетичній області.

It is shown that electron distribution function (EDF) can be considered in the simple kinetic model for gas discharge in PDP-cells. Key phases of discharge development are identified and according to this situation it is possible to mark out the main processes for EDF formation in each area of definition. The main result is essentially non-maxwellian EDF character in the low energy area.

Plasma Display Panels (PDP) has been known for almost 40 years since their invention in 1966 by Bitzer and Slottow [1]. Nowadays PDP is a mature technology with substantial market share, and PDP TV's are widely commercially available. The advantage of PDP televisions as compared to regular cathode – ray – tube and projection TVs is their thinness (about 15 cm) and as compared to liquid-crystal-displays (LCD) is their picture quality – very high contrast ratio and wide viewing angles. At the same time, there are still some problems (most significant of which are the low efficiency and high cost) that prevent PDPs from dominating the market. Efforts of many scientists and engineers aimed at solving these problems continue to generate a steady stream of research related to PDPs.

The experimental data for main PDP-cells are well – known: the length of gas gap ~100 μ m; gas pressure ~500–600 Torr; gas mixture ~Ne+Xe or Ne+Ar+Xe [2]. The temporary feature of electric phenomena is sharp separation of representative time of current impulse (τ_{imp}) and minimum duration of operated voltage with bi-stability effect (T_{min}), so that $\tau_{imp} << T_{min}$. In such conditions one can separates two distinct physical phenomena: a gas gap

breakdown and surface relaxation (with memory charge formation). In the first approximation we may neglect surface processes (secondary electron emission induced by the fast ions, meta-stable atoms and photons).

It is obviously that a correct description of such a discharge must be consistently kinetic. The main object of this paper is such kind investigation of the electron distribution function when these particles are subdivided into three groups: fast, medium energy and low-energy.

The gas gap is enclosed by the dielectric surfaces, that is why a full current density includes the conduction current density j_{cond} and displacement current density j_{dis} . It is known that $div (j_{cond} + j_{dis}) = 0$. In the one-dimensional case this leads to:

$$\sigma E + 1 / 4\pi \frac{\partial E}{\partial t} = j(t) , \qquad (1)$$

where $\sigma = \frac{e^2 n_e}{m_e v_{ea}}$; v_{ea} – frequency of electron-atom

collision; *e* and *m* – electron charge and mass; n_e – bulk electron concentration; j(t) – full current density; *E* – full electric field which is includes operate (external) field and space charge field. We have added to (1) a continuation equation for electrons:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + div(n_e v_{dr}) = v_{ion} n_{dr}, \qquad (2)$$

where $v_{dr} = \frac{eE}{mv_{ea}}$; v_{ion} – electron ionization frequency. In

our approximation, mentioned above, we can neglect the motion equation for ions because ion mobility is much less than electron one and assume that bulk conductivity is defined by electrons only. Let us shortly analyse equations (1) and (2). The system is in a quasi-stationary regime after current impulse, so $j(t) \sim 0$. A future system dynamics will define by slow processes of charge relaxation. In this case from (1):

$$\tilde{E} = E_1 \exp(-4\pi\sigma t) .$$
 (3)

That is a character of field relaxation and following – conduction current. The conductivity is a function of coordinates but depends of time slightly, because this dependence is connected with slow relaxation processes.

It's following from $\tau_{imp} << \left(\frac{\partial}{\partial t} \ln n\right)^{-1}$. The initial stage of

the current impulse does not connected with displacement current. The full field E can only diminishes on a halfperiod of operate voltage, that is why a rise of j connects with a charge concentration growing. The estimation of this process is following from (2):

$$n_e = n_{e0} \exp[(v_{ion} - \frac{v_{dr}}{l})t], \qquad (4)$$

where n_{e0} – an initial electron concentration.

The electric field from operate voltage essentially exceeds a field from space charge at this time. A current is a time function according to (4) in this situation. That is true in time $t < 1/\sigma$. We can take for granted that v_{dr} and

 v_{ion} are time functions only by time dependence of *E*. The approximate condition of gas gap breakdown is following from (4):

$$v_{ion} > \frac{v_{dr}}{l} \,. \tag{5}$$

This ratio means that electron lifetime in a gas gap (*l* is its size) is $\sim l/v_{dr}$ and this electron has ionized (and excited) some atoms during this period. The specific estimation of condition (5) has followed from kinetic equation subjected to collisions. It is naturally to take account only processes with characteristic time $\tau_{en} < \tau_{imp}$.

This electron impulse relaxation time $\sim 1/v_{ea}$ is a very low time in our system. That is a reason of fast formation of electron directional velocity. It is allowed us to take a electron distribution function (EDF) on the Legendre polynomial series and use two first items.

In the stationary conditions the removal of charged particles is balanced by the ionization. Since these removal processes (the volume and surface recombination) are slow in the temporal scale of the electron collision times, the ionizing collisions, which are balancing the removal, are relatively seldom, with respect to the another electronic collisions. As the ionization cross-sections are, more or less, of the same order, as the cross-sections of another collisional processes (say, of excitations), it means, that the vast majority of electrons have energies lower, than the ionization energy of neutral molecules ϵ_{ion} for the impact ionization events, which maintain the plasma existence. Only the electrons, which belong to the EDF tail, with kinetic energy $W > \varepsilon_{ion}$ are responsible for the impact ionization events, which maintain the plasma existence. It means, that the electric field intensities in the plasma volume are relatively low, and energies of the electrons, which have been born in the plasma volume (the bulk electrons) does not exceed significantly the ionization energy, roughly speaking, ~20 eV. For these electrons the elastic collisions and the EDF is close to isotropic. It allows to restrict in the expansion of the EDF over the Legendre polynomials by two first terms – the widely known ($f_0 - f_1$) approximation of small EDF anisotropy.

The drift velocity v_{dr} is quasi-stationary and this gives a possibility to connect a zero f_0 and first f_1 items of

expansion: $f_1 = -v_{dr} \frac{\partial f_0}{\partial v}$. It is following from results [3]

that we can assume a quasi-stationary distribution and take into account the excitation and ionization processes only. Let us to model an energetic spectrum of atom as 3-level system. The intermediate level corresponds to the first exiting state of atom (energy ~ ϵ_1) and last – to the ionization energy – ϵ_{ion} . We obtain the following equation:

$$\frac{1}{2}\frac{1}{v^2}\frac{\partial}{\partial v}\left(v^2\frac{2}{3}\frac{e^2E^2}{m^2v_{el}(v)}\frac{\partial f_0^i}{\partial v}\right) - \frac{1}{2}v_{el}(v)\delta(v)v\frac{df_0^i}{dv} + v_{ex}(v)f_0^i + v_{ion}(v)f_0^i = 0, \qquad (6)$$

where $v_{el}(v)$ is elastic scattering frequency; $\delta(v)$ is part of energy which is lost in scattering; $v_{ex} = \sigma_{ex} v n_a$; n_a – is

atom concentration; $v_{ion} = \sigma_{ion} v n_a$, $\sigma_{ex/ion}$ – is a cross-section of excitation/ionization; i = I, II, III.

It is convenient to seek for solution of (6) independently into the three areas: *I*) $0 \le v \le v_0$; *II*) $v_0 \le v \le v_i$; *III*)

 $v_i \leq v < \infty$ with following lacing of solutions and their derivatives on the bounds of the corresponding areas. There are $v_0^2 = \frac{2\varepsilon_{ex}}{m}$ and $v_i^2 = \frac{2\varepsilon_{ion}}{m}$ here. We assume that elastic scattering cross-section in *I* area is constant and in other areas is $\sigma_{el} \sim A/v^2$ [4] and $\delta(v) \rightarrow 0$ in this area (really it is ~10⁻⁴/10⁻⁵ for mono-atomic gas and $T_e \leq 1 \, \mathrm{eV}$). The cross-section of atom excitation in *II* area can be written in form $\sigma_{ex} = B(v-v_0)$, where *B* is constant [4]. The product $\delta(v)v_{el}(v)$ in areas *II* and *III* is constant because only $v \sim v_0$ (*II* area) and $v \sim v_i$ (*III* area) are essential into corresponding areas. It is well-known that in *III* area cross-section σ_{ex} is damping slowly with growing energy. We will see that distribution function is damping in this area according to the exponent low. That is why we can assume $\sigma_{ex} \sim \text{const}$ in this area. The ionization cross-section σ_{ion} is $\sim P(v-v_{ion})$ in *III* area and equal to zero into *I* and *II*. [5]. According to these remarks the solution of equation (6) can be written as:

$$\begin{aligned} f_0^I &= C_0 \ln \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{v}_0} + C_1; \\ f_0^{II} &= Z_1^{1/2} \exp\left(-\frac{3}{4} \frac{\mathbf{v}_0}{V_{II}} \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_0}{\mathbf{V}_{II}}\right) \bigg\{ C_3 I_{-1/3} \bigg(\frac{2}{3} Z_1^{3/2}\bigg) - C_2 I_{1/3} \bigg(\frac{2}{3} Z_1^{3/2}\bigg) \bigg\}; \\ f_0^{III} &= Z_2^{1/3} \exp\left[-\frac{3}{4} \frac{\mathbf{v}_{ion}}{V_{III}} \bigg(\frac{\sigma_{ex}}{pV_{III}} + \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_{ion}}{V_{III}}\bigg) \right] C_4 \bigg\{ I_{-1/3} \bigg(\frac{2}{3} Z_2^{3/2}\bigg) - I_{1/3} \bigg(\frac{2}{3} Z_2^{3/2}\bigg) \bigg\}, \end{aligned}$$
(7)

where C_i (i = 0, 1, 2, 3, 4) – the integration constants,

$$Z_{1} = \frac{9}{4} \frac{\mathbf{v}_{0}^{2}}{V_{II}^{2}} + \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{0}}{\mathbf{V}_{II}}, \quad \mathbf{V}_{II}^{3} = \frac{e^{2} E^{2}}{m^{2} A n_{a} B n_{\alpha}}, \quad Z_{2} = \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_{i}}{V_{III}} + \frac{\sigma_{ex}}{P V_{III}} + \frac{9}{4} \frac{\mathbf{v}_{i}^{2}}{V_{III}^{2}}, \quad V_{III}^{3} = \frac{e^{2} E^{2}}{m^{2} A n_{a} P n_{\alpha}}$$

and $I_{\lambda}(x)$ – Bessel function of imagine argument. The particles flux into velocity space $j(v_i)$ under $v = v_i$ is connected with ionization and from (7) is following that

$$j(\mathbf{v}_{\text{ion}}) = \frac{2}{3} \pi \mathbf{v}_{i} \frac{e^{2} E^{2}}{m^{2} \mathbf{v}_{el}(\mathbf{v}_{i})} \frac{\partial f_{0}^{II}}{\partial \mathbf{v}} \bigg|_{\mathbf{v}=\mathbf{v}_{i}} = \mathbf{v}_{ion} n_{e} .$$
(8)

After using (7) – (8) we can estimate the breakdown field E_{bd} (in Ne+Xe mixture). It is following from (5) that

 $E_{bd} \ge 5 \cdot 10^2 \,\mathrm{V/cm}$.

In conclusions we can say that:

1. We propose a simple kinetic model for gas discharge in PDP-cells.

УДК 621.127, 621.272.832.01

2. This model can be modified easily for using radiofrequency voltages. Now we can say that low energy electrons (with $v < v_0$) can be essentially non-maxwellian.

3. lons inside the cell do not actively participate in the creation of working areas – they may be considered immobilized. It means that possible striations in the cell need simultaneously consideration of surface charge variations.

1. Bitzer D.L. and Slottow H.G. The plasma display panel // Proc AFIPS Conf. Washington, DC-1966. – Vol. 29. 2. Boeuf J.P. Plasma display panels: physics, recent developments and key issues // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2003. – Vol. 36. 3. Kudryavtsev A.A., Tsendin L.D. // Tech. Phys. Lett. (Russia). – 2001. – Vol. 27. 4. Smirnov B.M. Physics of Low Ionization Gas (in Russian). – Moscow, 1978. 5. Shvarcburg A.B., Gurevich A.V. // Nonlinear theory of radio waves propagation into ionosphere (in Russian). – Moscow, 1973.

Надійшла до редакції 17.10.07

О. Іванюта, канд. фіз.-мат. наук, О. Прокопенко, канд. фіз.-мат. наук, Л. Прокопенко, інж.

ОСОБЛИВОСТІ ВОЛЬТ-АМПЕРНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЖОЗЕФСОНІВСЬКИХ КОНТАКТІВ, ІНТЕГРОВАНИХ У РЕЗОНАТОР ПОВЕРХНЕВОЇ ХВИЛІ

Проаналізовано особливості вольт-амперних характеристик (ВАХ) джозефсонівських контактів, інтегрованих у резонатор поверхневої хвилі (РПХ). Проаналізовано можливість отримання сходинок Шапіро з оптимальними характеристиками. Визначено умови, що відповідають максимуму сходинки Шапіро.

The current-voltage curves specialties of Josephson junctions embedded in the surface wave resonator were analyzed. A possibility of getting Shapiro's steps with optimum parameters was considered. The conditions of Shapiro's step maximum were obtained.

Вступ. Одним з найвідоміших елементів сучасної кріогенної електроніки є джозефсонівський контакт (ДК). Завдяки унікальності фізичних процесів, що відбуваються в таких системах (зокрема наявності нелінійних квантових макроскопічних ефектів [5]), ДК є об'єктом широкого кола сучасних фундаментальних фізичних досліджень і великої низки практичних застосувань. На сьогодні ДК і системи на їх основі застосовують в медицині, метрології, космічній техніці, квантовій і цифровій електроніці, у техніці експерименту та ін. [6, 9, 11, 20, 23]. Недоліком таких систем є необхідність їх охолодження до достатньо низьких температур. Тому зрозумілим є різкий стрибок зацікавленості науковців у всьому світі до проблем, пов'язаних з ДК, після відкриття в 1986 р. високотемпературної надпровідності (ВТНП). Однак можливість використання для охолодження ВТНП ДК рідкого азоту (T = 77 K) замість рідкого гелію (T = 4, 2 K) зовсім не вирішила всі існуючі проблеми. Виявилось, що технологія виготовлення ВТНП ДК суттєво поступається технології виготовлення ДК на основі низькотемпературних надпровідників (НТНП) [4, 12, 19]. У першу чергу, це полягає у складності виготовлення великої кількості ВТНП ДК, що належать одній партії контактів, з малим розкидом параметрів. На сьогодні, у найкращих технологічних центрах світу, що займаються цією проблематикою, не вдається отримати розкид параметрів менший від 7–10 % для партій обсягом 10–100 ДК. Для систем з 100–1000 ДК вважається прийнятним розкид параметрів у 20–30 %, у той час як для тієї ж кількості НТНП ДК він може бути меншим від 5 % [12, 19].

Недосконалість технології виготовлення ВТНП ДК вимагає створення в практичних системах, що містять сотні й тисячі ВТНП ДК, спеціальних схем узгодження, які дозволяють "мінімізувати" технологічну похибку та покращити характеристики приладу. Такі схеми є достатньо складними щодо своєї будови, а їх вартість може перевищувати вартість усього масиву ВТНП ДК, але головним недоліком є їх неуніверсальність – для кожного конкретного приладу виявляється необхідним розробляти конкретну специфічну схему узгодження [6, 19, 20].

З погляду практичного застосування високі критичні параметри й малий розкид параметрів мають плівкові ВТНП ДК, сформовані на бікристалічній границі діелектричної підкладки плівки ВТНП [1, 4, 15, 17, 19]. Для таких (а також топологічно подібних) систем Г.А. Мелковим і його учнями запропоновано метод узгодження ДК за допомогою їх вимушеної синхронізації в електромагнітному полі РПХ [15, 17, 22].

Найпоширенішим методом вивчення характеристик і властивостей систем з ДК є дослідження їх ВАХ [5]. Із цієї залежності можна легко визначити технологічний розкид параметрів у системі, оцінити її якість.

У даній роботі зроблена спроба узагальнити результати, отримані авторами впродовж останніх кількох років, і підкреслити особливості ВАХ масивів ВТНП ДК порівняно з ВАХ окремих контактів. На нашу думку, це дасть змогу не тільки визначати якість масивів ВТНП ДК за виглядом їх ВАХ, але й дозволить оцінити можливості підвищення ступеня інтеграції ВТНП ДК у РПХ.

Теорія. ДК є нелінійним квантовим елементом, у якому струм і напруга пов'язані між собою залежністю, яку не завжди можна записати в точному аналітичному вигляді. Найбільш простий розгляд ВАХ ДК можна провести в рамках резистивної моделі [5, 6]. У цьому наближенні рівняння, що описує струм, який протікає крізь ДК, має вигляд [5, 6]:

$$I = I_C \sum_{k,m=-\infty}^{+\infty} J_k \left(\frac{2eV_1}{\hbar\omega_1}\right) J_m \left(\frac{2e}{\hbar\omega_1}\right)$$

де $J_k(x)$ – функція Бесселя першого роду порядку k, ϕ_0 – початкова різниця фаз хвильових функцій, $\omega_J = \frac{2e\overline{V_0}}{\hbar}$, k,m – цілі числа. Виходячи з (4) сходин-

кам струму відповідає умова

$$\omega_J - k\omega_1 - m\omega_2 = 0.$$
 (5)

Для практичног застосування особливо важливо, щоб сходинки Шапіро були достатньо великі за амплітудою, тому далі визначимо, як змінюється амплітуда сходинки залежно від $V_1, V_2, \omega_1, \omega_2$ для випадку, коли

$$\frac{\partial I_{k,m}}{\partial p} = \left[\frac{k}{U_1}J_k\left(U_1\right) - J_{k+1}\left(U_1\right)\right]\frac{\partial U_1}{\partial p}J_m\left(U_2\right) + \left[\frac{m}{U_2}J_m\left(U_2\right) - J_{m+1}\left(U_2\right)\right]\frac{\partial U_2}{\partial p}J_k\left(U_1\right) = 0, \quad (6)$$

описується виразом

де $I_{k,m}$ – доданок у (4), якому відповідають характерні числа k,m, p – параметр за яким шукаємо максимум ~ 21 ~

 $c\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{d\varphi}{dt} + \sin\varphi + i_f = i, \qquad (1)$

де $c = \frac{C}{C_C}$, C – ємність ДК, $C_C = \frac{\Phi_0}{2\pi R^2 I_C}$, Φ_0 – квант магнітного потоку, R і I_C – нормальний опір і критичний струм контакту, $i_f = \frac{I_F}{I_C}$, I_F – флуктуаційний струм, $i = \frac{I}{I_C}$, I – керуючий струм, який зокрема міс-

тить у собі постійний струм зміщення \overline{I}_{dc} (рискою тут і далі позначено величину, що відповідає частоті $\omega = 0$), $\phi \equiv \phi(t)$ – різниця фаз хвильових функцій бозеконденсату між берегами контакту. У найпростішому випадку, коли C = 0, $I_F = 0$ (1) зводиться до [6]:

$$\overline{V} = V_C \times \begin{cases} \sqrt{\overline{I_C^2}} - 1, & \overline{I} > I_C \\ 0, & -I_C < \overline{I} < I_C \\ -\sqrt{\overline{I_C^2}} - 1, & \overline{I} < -I_C \end{cases}$$
(2)

де $V_C = I_C R$ – характеристична напруга.

При $\left|\overline{I}\right| > I_C$ контакт перебуває в резистивному стані й є джерелом електромагнітного випромінювання з частотою

$$\omega_J = \frac{2eV}{\hbar},\tag{3}$$

де e – елементарний електричний заряд, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – нормована стала Планка. Під дією електромагнітного випромінювання з частотою ω на ВАХ контакту вини-кають сходинки Шапіро при напругах, що відповідають (3). У найпростішому випадку, коли $V = \overline{V_0} + V_1 \cos \omega_1 t + V_2 \cos \omega_2 t$, струм I через контакт

$$\left(\frac{2eV_2}{\hbar\omega_2}\right)\sin\left(\phi_0+\omega_Jt-k\omega_1t-m\omega_2t\right),\tag{4}$$

ДК інтегрований у РПХ. Введемо величини $U_1 = \frac{2 e V_1}{\hbar \omega_1}$,

 $U_2 = \frac{2eV_2}{\hbar\omega_2}$ і будемо для спрощення вважати, що $\omega_1 = \omega_J$, $|V_1| \ll |V_2|$ (що найчастіше реалізується на практиці), тоді з урахуванням [3]:

сходинки. Враховуючи, що $|V_1| \ll |V_2|$, з (4) маємо спрощений вираз для *m*-ї сходинки Шапіро [3]:

$$I_m = I_C J_m \left(\frac{2eV_2}{\hbar\omega_2}\right) \sin\left(\phi_0\right).$$
⁽⁷⁾

Для ДΚ, що інтегрований ΡΠΧ y $V_2 = V_2 \left(V_{\max}, \omega_2, \omega, Q \right)$, де V_{\max} – значення напруги при $\omega = \omega_2$, ω_2 – резонансна частота РПХ, ω – реальна частота сигналу, О – добротність резонатора. У [3] було знайдено наближений розв'язок рівняння (6) для випадку (7) у припущенні, що амплітудно-частотна характеристика РПХ при $\omega\approx\omega_2\,$ має квадратичний вигляд, а добротність Q резонатора досить велика $(Q > 10^3)$. Водночас відомо [16, 25], що власна добротність РПХ швидко зменшується при збільшенні кількості ДК N. Цей процес стає суттєвим вже при N > 10.

Залежність Q(N) може бути приблизно описана функцією

$$Q(N) = Q_0 \frac{\kappa}{N} \left(1 - \gamma N - \eta N^2 \right), \tag{8}$$

де Q_0 — значення власної добротності при N = 0, γ , η , κ — коефіцієнти, які можна визначити з експериментальних кривих. Зазначимо, що залежність Q(N) місде

$$A(N) = \frac{2eV_{\max}\alpha Q^{2}(N)}{\hbar\omega_{2}}, \quad B_{mk}(N) = x_{mk} - \frac{4eV_{\max}\alpha Q^{2}(N)}{\hbar\omega_{2}}$$

 x_{mk} – аргумент функції Бесселя $J_m(x_{mk})$, що відпові-

дає k-му максимуму, $\xi = \frac{\omega}{\omega_2}$ – нормована частота. Максимальну напругу V_{max} , що неявно входить до (9) можна визначити з розв'язку відповідної електродинамічної задачі. Дуже наближено

$$V_{\rm max} \sim \sqrt{\rho |Z_{JJ}| P}$$
, (10)

де Z_{JJ} – імпеданс ДК, P – потужність, що потрапляє в РПХ за одиницю часу на частоті $\omega = \omega_2$, ρ – коефіцієнт узгодження між РПХ та окремим ДК, який у реальтить три ділянки: 1) лінійну ділянку, яка реалізується при $N < 10 \div 15$, де $\gamma \neq 0$, $\eta \approx 0$, $\kappa \approx N$; 2) квадратичну ділянку $(10 \div 20 < N < 50 \div 100)$, де $\eta N \gg \gamma$, $\kappa \approx N$; 3) гіперболічну ділянку ($N > 50 \div 100$), де $\kappa \ll N$. Наявність гіперболічної ділянки є наслідком того, що при великих кількостях ДК N власна добротність Q сильно зменшується, синхронізація ДК у РПХ погіршується, а тому зменшується і вплив масиву ДК на мікрохвильові властивості резонатора.

Ураховуючи (8), умова (6) для (7) зводиться до розв'язання квадратного рівняння:

$$A(N)\xi^{2} + B_{m,k}(N)\xi + D(N) = 0, \qquad (9)$$

$$\frac{E(N)}{m}$$
, $D(N) = \frac{2eV_{\max}}{\hbar\omega_2} (\alpha Q^2(N) - 1)$, $\alpha = 2\sqrt{2} (\sqrt{2} - 1)$,

них системах дуже малий, оскільки імпеданс РПХ $|Z_R| \gg |Z_{JJ}|$ [7].

Експеримент. Використовуючи методику вимірювання ВАХ ДК [2, 8, 10, 13, 18] були виміряні ВАХ та амплітуди сходинок Шапіро для різної кількості ДК, інтегрованих у РПХ при розкиді критичних параметрів не більше ніж $\zeta = 10\%$ (рис. 1–3).



Рис. 1 а) ВАХ бікристалічного YBa₂Cu₃O_{7-δ} ДК, що інтегрований у РПХ, під дією зовнішнього HBЧ-сигналу на частоті $\omega_2 / 2\pi = 31,5$ ГГ·ц; б) нормовані амплітуди сходинок Шапіро при різних рівнях потужності P зовнішнього HBЧ-сигналу на частоті $\omega_2 / 2\pi$ для того самого контакту. Вимірювання проведені при температурі 77 К, $\omega_2 \neq \omega_J$

Видно, що ВАХ, яка показана на рис. 1,а, близька до теоретичної залежності (2), а поведінка сходинок Шапіро (рис. 1,б) добре описується (7). Особливо помітно це при порівнянні залежностей, що наведені на рис. 1,б і рис. 2. Залежність амплітуд сходинок для окремого контакту (рис. 1,б) дуже близька до ідеальної (див. (7)), у той час, як на залежності для 6 ДК (рис. 2) явно спостерігаються відхилення від (7). Покращити ВАХ масиву контактів при цьому можна за рахунок штучного підбору частоти зовнішнього НВЧ-сигналу $\omega_2/2\pi$ або керуючої напруги, що пов'язана співвідношенням (3) із джозефсонівською частотою ω_J . За умови $\omega_2 \approx \omega_J$ вдається досягти кращого узгодження масиву ДК з електромагнітним полем РПХ і покращити умови синхронізації ДК у масиві (рис. 3).



Рис. 2. Нормовані амплітуди сходинок Шапіро при різних рівнях потужності *P* зовнішнього НВЧ-сигналу на частоті $ω_2 / 2\pi = 31,5$ ГГц для лінійного ланцюжка з 6 бікристалічних YBa₂Cu₃O_{7-δ} ДК, інтегрованих у РПХ.

Вимірювання проведені при температурі 62 К, $\omega_2 \neq \omega_J$. Розкид критичних параметрів контактів у ЛЛ не більше ніж $\zeta = 10\%$



Рис. З а) ВАХ лінійного ланцюжка з 6 бікристалічних YBa₂Cu₃O_{7-δ} ДК, інтегрованих у РПХ, під дією зовнішнього НВЧ-сигналу на частоті $\omega_2 / 2\pi = 33,8$ ГГц ; б) нормовані амплітуди сходинок Шапіро

при різних рівнях потужності P зовнішнього НВЧ-сигналу на частоті $\omega_2/2\pi$ для того самого ланцюжка контактів.

Вимірювання проведені при температурі 62 К. $\omega_2\approx\omega_J$.

Розкид критичних параметрів контактів у ЛЛ не більше ніж $\zeta = 10\%$

За умови використання лінійних ланцюжків (ЛЛ) ДК з розкидом критичних параметрів до 100 % ВАХ ЛЛ суттєво спотворюється, а характеристики відповідного пристрою (стандарту напруги, джозефсонівського генератора, детектора, тощо) погіршуються. У цьому випадку навіть при використанні РПХ з частотою робочої моди $\omega_2 \approx \langle \omega_J \rangle$, де $\langle \omega_J \rangle$ – джозефсонівська частота усереднена за ЛЛ ДК (див. (3)), не вдається досягти достатнього рівня синхронізації окремих ДК у ЛЛ (рис. 4). Це явно видно з рис. 5, де наведено для порівняння залежності диференційного опору $R_d = \frac{dU}{U}$ від





Рис. 4 а) ВАХ лінійного ланцюжка з 5 бікристалічних YBa₂Cu₃O₇₋₅ ДК, інтегрованих у РПХ, під дією зовнішнього НВЧ-сигналу на частоті $ω_2 \approx \langle \omega_J \rangle$; б) нормовані амплітуди сходинок Шапіро при різних рівнях потужності P зовнішнього НВЧ-сигналу на частоті $\omega_2 \approx \langle \omega_J \rangle$ для того самого ланцюжка контактів. Вимірювання проведені при температурі 62 К. Розкид критичних параметрів контактів у ЛЛ не більше ніж $\zeta = 100\%$



Рис. 5. Залежність диференціального опору R_d окремого ДК (а) і ЛЛ з 5 ДК (б) від напруги U. Вимірювання проведені при температурі 62 К. Розкид критичних параметрів контактів у ЛЛ ДК не більше ніж $\zeta = 100$ %

Обговорення результатів. Отримані експериментальні результати (рис. 1–5) свідчать про те, що навіть для ЛЛ з малою кількістю ДК, що інтегровані в РПХ, синхронізація контактів може суттєво погіршуватись, якщо розкид критичних параметрів контактів ζ у ЛЛ достатньо великий. Ефективність механізмів синхронізації ДК, які включені в резонансну систему, визначається розкидом їх критичних параметрів, зовнішніми наводками у вимірювальній системі та власними флуктуаціями контактів [5, 6]. У випадку бікристалічних YBa₂Cu₃O_{7-δ} ДК, інтегрованих у РПХ найбільш суттєвим є перший чинник [1, 18, 19]. Виходячи з цього, експериментально з робіт [3, 17, 22] і рис. 1–5 визначено, що максимально припустимий розкид критичних параметрів ДК не повинен перевищувати $\zeta = 40\%$. У протилежному випадку використання РПХ для синхронізації ЛЛ ДК вже не дає відчутної переваги.

Хоча існуюча технологія, що застосовується для виготовлення приладів з масивами ДК, не повинна мати розкид $\zeta > 10\%$, але в дійсності багато радіоелектронних приладів працюють в умовах, коли $\zeta \approx 100\%$. Ця проблема стає особливо актуальною при використанні ЛЛ ДК з високою розмірністю ($N \sim 10^2 \div 10^4$), для якої величина $\zeta = \zeta(N)$ є монотонно зростаючою функцією [1, 5, 6, 12]. Для побудови стандартів напруги необхід-

но, щоб сходинки Шапіро послідовно поєднаних ДК були близькі за амплітудою в широкому інтервалі частот і потужностей [24]. На сьогодні, актуальним є ВТНП стандарт напруги з характерною вихідною напругою U > 1 В (на основі ЛЛ НТНП ДК існують стандарти з U > 10 В), реалізація якого стикається з великими технічними та технологічними труднощами. Типовим кроком у цьому напрямку є створення стандартів з меншою вихідною напругою, наприклад, U > 30 мкВ для стандарту напруги на основі РПХ [13, 22].

Погіршення умов синхронізації ДК у ЛЛ, інтегрованому в РПХ, призводить до появи додаткових втрат, і відповідно до зменшення власної добротності РПХ Q₀, що формально відповідає (8) [14, 21]. Але при записі (8) вважалося, що втрати енергії в ЛЛ ДК можна пояснити як омічні втрати за рахунок опору контакту R, що перебуває в резистивному стані. Використовуючи цей формалізм, для ЛЛ з N ДК отримаємо опір $R(N) = N \cdot R$ і відповідно втрати, які не залежать від умов збудження контакту [5, 6]. Водночас навіть проста квазістатична модель [16, 25] у цьому випадку дає підвищений рівень втрат, що пояснюється наявністю перерозподілу НВЧ-струмів у РПХ. Таким чином, при великому розкиді параметрів контактів ζ у ЛЛ ДК, виникають додаткові втрати енергії, які зростають зі збільшенням $\zeta(N)$, що призводить до додаткового зменшення власної добротності РПХ Q_0 , а відповідно й до більшого погіршення умов збудження ДК у ЛЛ. Крім того, для систем з великим розкидом критичних параметрів ζ за рахунок недостатньої взаємної синхронізації ДК у ЛЛ, можливе неконтрольоване розбиття ЛЛ ДК на певні групи контактів з приблизно однаковими критичними параметрами. Прикладом такої системи є ЛЛ з 5 ДК для якого $\zeta \approx 100\%$. Залежність амплітуд сходинок Шапіро в такій системі (рис. 4,б) суттєво спотворена порівняно із залежністю для системи з $\zeta = 10\%$ (рис. 3,б), а характеристики існуючих груп контактів (3 і 2 ДК) практично не корелюють. У реальних пристроях на основі ДК такий процес може призвести до принципового погіршення характеристик пристрою.

Для зменшення впливу флуктуацій на характеристики пристроїв на основі ЛЛ ВТНП ДК, що інтегровані в РПХ, виявляється необхідним використовувати резонатори з великою добротністю ($Q_0 \sim 10^3 \div 10^4$) і працювати на резонансних частотах $\omega \approx \omega_J$ (див. рис. 2, 3,6). У цьому випадку вдається покращити умови збудження ЛЛ ДК і досягти відносно високого ступеня інтеграції ДК у ЛЛ при прийнятних характеристиках кінцевого пристрою.

Висновки. Досліджено ВАХ ЛЛ та окремих бікристалічних YBa₂Cu₃O₇₋₅ ДК, інтегрованих у РПХ. Проаналізовано особливості ВАХ для різного рівня інтеграції ДК у ЛЛ і різного рівня розкиду критичних параметрів контактів ζ (від $\zeta = 10\%$ до $\zeta = 100\%$) й знайдено умови максимуму сходинок Шапіро, що виникають на ВАХ ЛЛ ДК, залежно від кількості контактів N у ланцюжку. Перераховані та обґрунтовані обмеження, що накладаються на характеристики пристроїв на основі ЛЛ ДК, інтегрованих у РПХ, залежно від N і ζ (у першу чергу, на власну добротність РПХ Q_0). На основі отриманих

теоретичних та експериментальних результатів доведено, що РПХ може успішно застосовуватись для створення ВТНП пристроїв на основі ЛЛ з кількістю ДК $N \sim 10^2 \div 10^3$ при технологічному рівні розкиду критичних параметрів $\zeta \le 40\%$.

1. Боровицкий С.И., Геликонов В.Д., Комков А.В. и др. Метод оценки погрешностей измерения вольт-амперных характеристик джозефсоновских контактов // Журн. тех. физики. – 2002. – Т. 72, № 11. 2. Иващенко П.А. Измерения на СВЧ. Учебное пособие. – М., 1983. 3. Іванюта О.М., Кишенко Я.І., Прокопенко О.В., Ракша В.М. Можливість отримання сходинок Шапіро з оптимальними параметрами для джозефсонівських контактів, включених у резонатор поверхневої хвилі // Вісн. Київ. ун-ту. Радіофізика та електроніка. – 2003. – № 5. 4. Кислинский Ю.В., Степанцов Е.А., Иванцов З.Г., Клаесон Т. Симметричные ВТСП бикристаллические джозефсоновские переходы: зависимость электрофизических свойств от угла разориентации // ФТТ. -2001. – Т. 43, № 4. 5. Лихарев К.К. Введение в динамику джозефсоновских переходов. – М., 1985. 6. Лихарев К.К., Ульрих Б.Т. Системы с джозефсоновскими контактами. – М., 1978. 7. Мелков Г.А. Кріогенна електроніка: Навчальний посібник. – К., 2003. 8. Робинсон Ф.Н.Х. Шумы и флуктуации в электронных схемах и цепях. - М., 1980. 9. Слабая сверхпроводимость. Квантовые интерферометры и их применения / Под ред. Б.Б. Шварца и С. Фонера. – М., 1980. 10. Уайт Г.К. Экспери-ментальная техника в физике низких температур. – М., 1961. 11. Черноплеков Н.А. Сверхпроводниковые технологии: современное состояние и перспективы практического применения // Вест. Рос. акад. наук. - 2001. - T. 71, № 4. 12. Hagedorn D. Psychical and Technological Limitations of SNS Josephson Junctions for Large-Scale Integration Low-Temperature Superconductor Circuits. - PTB, 2004. 13. Ivanyuta O.M. Linear array of Josephson junctions in the surface wave resonator. Manuscript. Thesis for the scientific degree of Candidate of physical and mathematical sciences (equivalent to doctor of Philosophy) by speciality 01.04.03 - radiophysics. - Kyiv National Taras Shevchenko University, Kyiv, 2003. 14. Ivanyuta O.M., Kishenko Y.I., Prokopenko O.V., Raksha V.M. Some aspects of using of Josephson junctions with the surface wave resonator // First International Young Scientists Conference on Applied Physics. – Kyiv (Ukraine). – 2001. 15. *Ivanyuta O.M., Kishenko Ya.I.*, Prokopenko O.V., Raksha V.M. The Josephson Junction Excitation System in a Surface Wave Resonator // Ukrainian Journal of Physics. - 2002. -Vol. 47, Nº 6. 16. Ivanyuta O.M., Nikolaychik A.E., Prokopenko O.V., Yudina O.S. Q-factor of surface wave resonator with Josephson junctions // Proceedings of the Sixth International Young Scientists' Conference on Applied Physics (June 14-16, 2006). - Kyiv (Ukraine), 2006. 17. Ivanyuta O.M., Prokopenko O.V., Kishenko Ya.I. et al. The Effect of the External Magnetic Field on the Current-Voltage Characteristic of HTS Josephson Junction Arrays // Journ. of Low Temperature Physics. - 2005. -Vol. 139, № 1/2. 18. Klushin A.M., Behr R., Numssen K. et al. Accurate Measurements of Quantum Voltage Steps on Arrays of Bicrystal Josephson Junctions // Appl. Phys. Lett. - 2002. - Vol. 81. 19. Klushin A.M., Weber C., Kohlstedt H.et al. New microwave circuits for programmable voltage standards using high-temperature Josephson junction arrays // IEEE Trans. Appl. Supercond. - 1999. - Vol. 9. 20. Majer J., Chow J.M. et al. Coupling Superconducting Qubits via a Cavity Bus // Nature (London). - 2007. -Vol. 449. 21. Melkov G.A., Ivanyuta O.M., Prokopenko O.V.et al. Embedding of Josephson junctions in the surface wave resonator in the Kaband // Proceedings of MSMW'2001 (Fourth International Kharkov Symposium "Physics and Engineering of Millimeter and Submillimeter Waves", Kharkov, Ukraine, June 4–9, 2001). – 2001. 22. Melkov G.A., Klushin A.M., Poustylnik O.D.et al. Irradiation of HTS Josephson junctions with the surface wave resonator // Proceedings of the Fifth International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter, and SubMillimeter Waves (June 21–26, 2004). – Kharkov (Ukraine), 2004. – Vol. 2. 23. Newman N., Lyons W.G. High-Temperature Superconducting Microwave Devices: Fundamental Issues in Materials, Physics, and Engineering // Journ. of Superconductivity. - 1993. - Vol. 6, № 3. 24. Niemeyer J. Josephson arrays for dc and ac metrology. Supercond. Sci. Technol. - 2000. - Vol. 13. 25. Prokopenko O.V. Surface wave resonators and microwave devices on its base. - Manuscript. Thesis for the scientific degree of Candidate of physical and mathematical sciences (equivalent to doctor of Philosophy) by specialty 01.04.03 - radiophysics. - Kviv National Taras Shevchenko University, Kyiv, 2005.

Надійшла до редколегії 11.10.07

УДК 533.951, 533.932

В. Ільченко, канд. фіз.-мат. наук

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПЕРЕКОМПЕНСАЦІЇ ЗАРЯДУ НА ВОЛЬТ-ФАРАДНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТРУКТУР ШОТТКІ ІЗ ШАРАМИ КВАНТОВИХ ТОЧОК

На підставі розв'язку рівняння Пуассона проведено моделювання явища перекомпенсації мілкої донорної домішки зарядом, захопленим у шарах квантових точок, які розташовані в області просторового заряду структури Шотткі. Отримано аналітичні вирази для профілю потенціального бар'єра та диференціальної ємності. Показано, що ефект перекомпенсації просторового заряду може призводити до появи негативної диференціальної ємності та служити причиною появи каналу провідності впродовж межі поділу метал – напівпровідник.

Modeling of donor impurity overcompensation by charge captured in quantum dots layers placed into space charge region of the Shottky structure phenomena on the basis of Poisson equation has been carried out. Analytical equations for potential barrier profile and differential capacitance have been obtained. It was shown that the effect of charge overcompensation can be cause negative differential capacitance and provoke that conductivity channel along the interface metal-semiconductor could appear.

Відомо, що розміщення масивів квантових точок (КТ) в області просторового заряду (ОПЗ) контакту метал – напівпровідник може викликати появу у вольтфарадних залежностей таких структур ділянок з негативною диференціальною ємністю [2–6]. Цей ефект досить уважно вивчався як теоретично, так і експериментально. Дані дослідження є актуальними, оскільки накопичення заряду в шарах КТ може бути практично використано для створення запам'ятовуючих пристроїв на КТ [1]. Водночас у літературі недостатньо висвітлено випадок, коли заряд, накопичений у квантових точках, може бути одного порядку або навіть перевищувати заряд легуючих домішок у таких структурах. Розглянемо випадок, коли накопичений у масиві КТ заряд може суттєво впливати на розподіл потенціалу в ОПЗ, що має відбиватися на ємнісних властивостях даних структур.

Проведені розрахунки справедливі для структур Шотткі з масивами КТ, у яких заряд, що накопичується у квантових точках (КТ), є досить значним. Зокрема, для структури з кількома *m* шарами КТ, що розташовані всередині області просторового заряду в діапазоні відстаней до металевого контакту від x_1 до x_2 у кілька разів менших від загальної товщини ОПЗ, цілком реально, коли заряд накопичений у КТ може перевищити заряд мілких донорів $m \times N_{ss} - n_0 \times x_1 \gg n_0 \times (D - x_2)$. Зонну діаграму такої структури зображено на рис. 1.



Рис. 1. Зонна діаграма структури метал – напівпровідник *п*-типу з шарами квантових точок у випадку перекомпенсації заряду донорної домішки в ОПЗ за рахунок заряду квантових точок

Якщо привести заряд, накопичений у шарах КТ, до певного ефективного об'ємного заряду, що дорівнює $n_1 = (m \times N_{ss})/(x_2 - x_1)$, то вищенаведений критерій переписати можна вигляді: y $(n_1 - n_0)(x_2 - x_1) - n_0 \times x_1 >> n_0 \times (D - x_2)$, де x_1 - координата найближчого до металевого контакту шару КТ, *x*₂ – координата найдальшого від контакту шару КТ у структурі, *D* – загальна ширина області просторового заряду. Якщо в цьому разі напруга, яка прикладається до контакту, від'ємна, не прикладається зовсім, або недостатня для заповнення електронами енергетичних рівнів квантових точок, то розподіл потенціалу в даній структурі буде такий самий, як і у випадку звичайного шару Шотткі.

В іншому випадку, коли додатна напруга, прикладена до контакту *V* > *V*₁ [4-6], де

$$V_{1} = \frac{\phi_{0} - (E_{d} - \mu)}{e} - \frac{en_{0}}{\varepsilon\varepsilon_{0}} (\frac{x_{2}^{2}}{2} + x_{2}\sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_{0}(E_{d} - \mu)}{n_{0}e^{2}}}),$$

енергетичні рівні шарів КТ почнуть заповнюватись електронами, у них буде накопичуватися негативний електричний заряд і при подальшому зростанні позитивної напруги в певний момент часу негативного накопиченог заряду в КТ вистачить для того, щоб перекомпенсувати позитивний заряд мілкої донорної домішки. При цьому спостерігатиметься цікавий ефект: розподіл потенціалу на певній відстані від металевого контакту буде мати максимум, а електричне поле змінюватиме свій знак (напрямок) на протилежний. Даний факт має суттєво вплинути на загальні фізичні властивості досліджуваної структури, зокрема, унаслідок перебудови потенціального рельєфу в ОПЗ має істотно змінитися характерна для контакту метал – напівпровідник вольт-фарадна залежність даної структури.

Для напруг *V* < *V*₁, доки рівні КТ не заповнені електронами, відхилення від стандартної залежності ємності від прикладеної напруги не буде, тому ємність такої структури описуватиметься, як і раніше, відомим виразом:



В іншому випадку для $V > V_1$, коли енергетичні рівні КТ будуть заповнені електронами, вираз для ємності має визначатися модифікованим накопиченим у КТ зарядом профілю потенціального бар'єра, отриманим на підставі розв'язку рівняння Пуассона. На рис. 2 наведено типовий вид профілю потенціального бар'єра в цьому випадку.

Рис. 2. Типовий вигляд розподілу потенціалу в контакті метал – напівпровідник *п*-типу із шарами квантових точок для випадку перекомпенсації заряду донорної домішки в ОПЗ

Нехай x' – точка, у якій потенціал набуває максимального значення $\varphi(x') = \varphi_{\max}$, а електричне поле змінює свій знак E(x') = 0. Положення цієї точки визначається тією умовою, що заряд мілкої донорної домішки врівноважується зарядом, що накопичується в енергетичних станах КТ: $(n_1 - n_0)(x_2 - x') = n_0(D - x_2)$. Тоді цю задачу можна розділити на дві частини: 1 – для проміжку 0 < x < x' і 2 – для проміжку x' < x < D.

1. Розглянемо як змінюються профіль електричного поля та потенціалу на проміжку 0 < x < x'. Використовуючи умову E(x') = 0, отримаємо $E_0 = -\frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0}[(n_0 - n_1)x' + n_1x_1]$. Оскільки функція розподілу заряду в цьому випадку описується законом $\rho(x) = e \begin{cases} n_0, 0 < x < x_1 \\ n_0 - n_1, x_1 < x < x' \end{cases}$, то тут також можна виділити два проміжки. На першому проміжку $0 < x < x_1$ електричне поле та потенціал описуються таким чином:

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} [n_0 x + (n_1 - n_0)x' - n_1 x_1];$$

$$\varphi(x) = \varphi(0) + \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0} [\frac{n_0 x^2}{2} + (n_1 - n_0)x' x - n_1 x_1 x].$$

А значення поля та потенціалу в точці *x*₁ слугуватимуть відліком для другого проміжку, де

$$E(x_1) = \frac{e}{\varepsilon \varepsilon_0} [(n_1 - n_0)x' - (n_1 - n_0)x_1];$$

$$\varphi(x_1) = \varphi(0) + \frac{e^2}{\varepsilon \varepsilon_0} [\frac{n_0 x_1^2}{2} + (n_1 - n_0)x'x_1 - n_1 x_1^2].$$

Враховуючи це, для $x_1 < x < x'$ отримаємо:

$$E(x) = \frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0} (n_1 - n_0)(x' - x);$$

$$\varphi(x) = \varphi(0) + \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0} [(n_1 - n_0)x'x - \frac{n_1x_1^2}{2} - \frac{(n_1 - n_0)x^2}{2})];$$

$$\varphi(x') = \varphi_{\text{max}} = \varphi(0) + \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0} [\frac{(n_1 - n_0)x'^2}{2} - \frac{n_1x_1^2}{2})].$$

2. Друга частина задачі – обчислення профілю поля та потенціалу для x' < x < D. Тут розподіл заряду також описується функцією $\rho(x) = e \begin{cases} n_0 - n_1, x' < x < x_2 \\ n_0, x_2 < x < D \end{cases}$,

тому також слід виділити два піддіапазони зміни
 x. Перший проміжок: $x^{\,\prime} < x < x_2$. Тут

$$E(x) = \frac{e}{\varepsilon \varepsilon_0} (n_1 - n_0)(x - x');$$

$$\varphi(x) = \varphi_{\max} - \frac{e^2}{\varepsilon \varepsilon_0} (n_1 - n_0)(\frac{x^2}{2} - x'x + \frac{x'^2}{2}).$$

Отримані значення поля та потенціалу в точці *x*₂ використаємо як початкові для наступного інтервалу:

$$E(x_2) = \frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0} (n_1 - n_0)(x_2 - x');$$

$$\varphi(x_2) = \varphi_{\max} - \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0} (n_1 - n_0)(\frac{x_2^2}{2} - x'x_2 + \frac{x'^2}{2})$$

Отже, на проміжку $x_2 < x < D$ отримаємо:

$$E(x) = \frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0} [(n_1 - n_0)x' + n_0x - n_1x_2];$$

$$\varphi(x) = \varphi_{\max} + \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0} (\frac{n_0x^2}{2} - n_1x_2x + (n_1 - n_0)x'x - \frac{(n_1 - n_0)x'^2}{2} + \frac{n_1x_2^2}{2});$$

$$\varphi(D) = 0 = \varphi_{\max} + \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0} (\frac{n_0D^2}{2} - n_1x_2D + (n_1 - n_0)x'D - \frac{(n_1 - n_0)x'^2}{2} + \frac{n_1x_2^2}{2});$$

Тепер можна знайти положення точки x' і ширину області просторового заряду D. Підставимо ϕ_{\max} з п. 1. Тоді отримаємо таку рівність:

$$\varphi(0) + \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0} \left(\frac{n_0 D^2}{2} - n_1 x_2 D + (n_1 - n_0) x' D - \frac{n_1 x_1^2}{2} + \frac{n_1 x_2^2}{2}\right) = 0$$

Маємо дві невідомі (D і x') і систему двох рівнянь для їх знаходження:

$$\begin{cases} \varphi(0) + \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0} (\frac{n_0 D^2}{2} - n_1 x_2 D + (n_1 - n_0) x' D - \frac{n_1 x_1^2}{2} + \frac{n_1 x_2^2}{2}) = 0; \\ (n_1 - n_0) (x_2 - x') = n_0 (D - x_2). \end{cases}$$

Розв'язки цієї системи мають такий вигляд:

$$D = \sqrt{\frac{n_1}{n_0} (x_2^2 - x_1^2) + \frac{2\varphi(0)\varepsilon\varepsilon_0}{n_0 e^2}};$$

$$x' = \frac{n_1 x_2}{n_1 - n_0} - \frac{n_0}{n_1 - n_0} \sqrt{\frac{n_1}{n_0} (x_2^2 - x_1^2) + \frac{2\varphi(0)\varepsilon\varepsilon_0}{n_0 e^2}}.$$

Звідси можна визначити диференціальну ємність структури, що описується такою формулою:

$$C_{2} = -en_{0} \frac{dD}{dV} = \frac{\varepsilon \varepsilon_{0}}{\sqrt{\frac{n_{1}}{n_{0}}(x_{2}^{2} - x_{1}^{2}) + \frac{2\varphi(0)\varepsilon \varepsilon_{0}}{n_{0}e^{2}}}}$$

Визначимо критерій для напруги V2, починаючи з якої

можна вважати заповненими всі стани в шарах КТ. Виходячи з положення станів КТ щодо рівня Фермі та граничних умов для потенціалу, отримаємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \varphi(x_1) = E_l - \mu = \varphi_0 - eV_2 + \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0} [\frac{n_0 x_1^2}{2} + \frac{n_1}{2} (x_2^2 - x_1^2) - n_0 D_2 x_1] \\ \varphi_0 - eV_2 + \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0} [\frac{n_1}{2} (x_2^2 - x_1^2) - \frac{n_0 D_2^2}{2}] = 0. \end{cases}$$

Розв'язки цієї системи мають такий вигляд:

$$D_{2} = x_{1} + \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_{0}(E_{d} - \mu)}{n_{0}e^{2}}};$$

$$V_{2} = \frac{\phi_{0} - (E_{l} - \mu)}{e} - \frac{en_{0}}{\varepsilon\varepsilon_{0}}(\frac{x_{1}^{2}}{2} + x_{1}\sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_{0}(E_{d} - \mu)}{n_{0}e^{2}}}) + \frac{en_{1}}{2\varepsilon\varepsilon_{0}}(x_{2}^{2} - x_{1}^{2})).$$

Отже, при напругах $V < V_1$ для обчислення ємності даної структури слід користуватися виразом C_1 , а при $V > V_2$ виразом C_2 , тобто

$$C = \begin{cases} C_1, V < V_1 \\ C_2, V > V_2. \end{cases}$$

Для $n_0 = 10^{21} \text{ м}^{-3}$, $n_1 = 3 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$, $x_1 = 150 \text{ нм}$, $x_2 = 170 \text{ нм}$, $E_d = 0.2 \text{ eB}$, $\mu = 0.1 \text{ eB}$, $\phi_0 = 0.5 \text{ eB}$, отримаємо $V_1 = 0.28 \text{ B}$, $V_2 = 0.45 \text{ B}$, а вольт-фарадна характеристика структури з одним шаром КТ має такий вигляд (рис. 3).

Даний розрахунок диференціальної ємності був зроблений у припущенні, що стани в КТ встигають повністю слідкувати за прикладеною напругою. У цьому випадку перехід між двома залежностями отриманими для різних діапазонів напруги має відбуватися доволі різко по прямолінійному відрізку 3, який показано на рис. 3. Залежно від частоти, на якій буде відбуватися вимірювання ємності, для проміжних частот перехід між цими кривими має здійснюватися по відрізку 2, а для високих частот – по відрізку 1, відповідно. Оцінки величини ємності, зроблені на підставі отриманих нами співвідношень, показують, що ділянка з негативною диференціальною ємністю, яка виникає за рахунок перебудови потенціального рельєфу в даній структурі буде суттєво більшою, ніж у випадку, коли заповнення КТ не веде до явища перекомпенсації заряду донорів в ОПЗ. Тому даний ефект має бути добре помітним у відповідному експерименті.

На завершення відзначимо, що явище перекомпенсації заряду донорів у ОПЗ може відбитися не тільки на величині ємності даної структури. Оскільки електричне поле навколо поверхні контакту може змінювати свій знак, це може призводити до виникнення впродовж поверхні контакту каналу провідності, що має суттєво вплинути на транспорт носіїв заряду в таких структурах. Крім того, даний ефект може бути використаний для створення на його основі транзисторних структур зі своєрідним внутрішнім польовим затвором із шарів КТ, у якому вмикання та вимикання каналу буде відбуватися за рахунок електричного поля сформованого зарядом акумульованим у КТ.



Рис. 3. Типовий вигляд вольт-фарадної залежності контакту металл – напівпровідник *n*-типу із шарами квантових точок для випадку перекомпенсації

1. Balocco C., Song A.M., Missous M. Room-temperature operations of memory devices based on self-assembled InAs quantum dot structures // Appl. Phys. Lett. – 2004. Vol. 88. 2. Chiquito A.J., Pusep Yu.A. et al. Capacitance spectroscopy of InAs self-assembled quantum dots embedded in a GaAs/AIAs superlattice // J. Appl. Phys. – 2000. – Vol. 88, № 4. 3. Chiquito A.J., Pusep Yu.A., Mergulhao S. and Galzerani J.C. Capacitance-voltage profile in a structure with negative differential capacitance caused by the presence of InAs/GaAs self-assembled quantum dots // Phys. Rev. – 2000. – Vol. 61. 4. Ilchenko V.V., Buyanin A.A., Panarin K.Y. et al. The investigation of the quantum dots layer influence on

capacitance-voltage dependence of metal-semiconductor contact // BicH. Kwiß. yH-Ty. Paqiodpiawa ra enekrpoHika. – 2006, № 2. 5. *Lin S.D.*, *Lee C.P., Ilchenko V.V. et al.* Investigation of negative differencial capacitance-voltage dependences of Schottky diodes structures with GaAs/InAs QDs // Sensor Electronics and Microsystem Technologies. – 2006. № 2. 6. *Lin S.D., Ilchenko V.V., Marin V.V. et al.* Observation of the negative differential capacitance in Schottky diodes with InAs quantum dots near room temperature // Appl. Phys. Lett. – 2007. – Vol. 90. Hagiňuna go pegkonerii 20.09.07

УДК 539.2.01

Л. Ільченко, канд. фіз.-мат.наук, В. Ільченко, д-р фіз.-мат. наук, В. Лобанов, д-р хім. наук

ПОТЕНЦІАЛ СИЛ ЗОБРАЖЕННЯ МІЖ БЛИЗЬКО РОЗДІЛЕНИМИ ВАКУУМНИМ ПРОМІЖКОМ НАПІВПРОВІДНИКОМ І РОЗМІРНО-КВАНТОВАНОЮ ПЛІВКОЮ МЕТАЛУ

Показано, що коректне врахування просторової дисперсії в діелектричних функціях напівпровідника та розмірноквантованій плівці металу, які розділені малим вакуумним проміжком L, призводить до неперервності потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$. Встановлено, що зміна енергетичного спектра електронів при зменшенні товщини d розмірноквантованої плівки металу впливає як на величину потенціального бар'єра всередині вакуумної щілини, так і на залежність потенціалу сил зображення $V_1^0(x)$ у приповерхневій області напівпровідника, яка є немонотонною функцією d.

In the article it is shown that the correct account of the spatial dispersion effects in dielectric functions of the semiconductor and quantum-size metal film, which are separated by the small vacuum interval of L, provides a continuity of the image potential $V_j^0(x)$. It is shown that the change of the energy spectrum of electrons at the diminishing of the thickness d of the QS metal film influences both on the distribution of the potential barrier into a vacuum gap and on the distribution of the image potential $V_1^0(x)$ in the subsurface region of the semiconductor and is a non-monotonic function of d.

Вступ. Дослідження атомної структури поверхонь напівпровідників і металів та їх меж розподілу методами скануючої тунельної мікроскопії (СТМ), балістичної електронної емісійної мікроскопії (БЕЕМ) та ін. базуються на тунелюванні електронів через надмалі проміжки ($L \sim 0, 3...1, 0$ нм) при виникненні контакту між напівпровідником і металом. Тому визначення форми потенціального бар'єра, який виникає між близько розділеними вакуумним (чи діелектричним) проміжком напівпровідником і металом, є ключовим завданням фізики напівпровідників і вакуумної електроніки [6; 14–19], вирішення якого дозволяє проведенню прямого розра-

хунку величини переносу заряду внаслідок прикладеної зовнішньої напруги U.

Відомо, що при зменшенні вакуумного інтервалу L < 5 нм між твердими тілами (металами, напівпровідниками чи діелектриками) утворюється потенціальний бар'єр, який обумовлений різницею в об'ємних властивостях кожного з трьох середовищ (j = 1, 2, 3) і визначається розподілом потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$. У роботах [1; 2; 5; 7–9] показано, що неперервність $V_j^0(x)$ (поляризаційного потенціалу) між двома металами, що розділені малим вакуумним проміжком [9], плівками металів з розмірно-квантованим (РК) спектром електронів [8], напівпровідником і металом [7], двома діелектриками (власними напівпровідниками) [1; 2; 5] забезпечується коректним урахуванням просторової дисперсії в їх функціях діелектричної проникності, а отриманий в рамках нелокальної електростатики потенціальний бар'єр $V_i^0(x)$ суттєво відрізняється від класичного [20].

На основі методу функцій Гріна нелокального рів-няння Пуассона [2; 5; 8; 9] нами розраховано потенціал сил зображення $V_i^0(x)$ у несиметричних системах напівпровідник-вакуум-метал (НВМ) і напівпровідниквакуум-плівка металу (НВПМ). Показано, що коректне врахування просторової дисперсії у функціях діелектричної проникності напівпровідника $\varepsilon_1(\vec{k})$ і металу $\varepsilon_3(ec{k})$ забезпечує неперервність потенціалу сил зображення $V_i^0(x)$ на межах поділу та єдиний (вакуумний) рівень відрахунку енергії. У випадку малої вакуумної щілини (*L* ≥ 0,1 нм) між поверхнями напівпровідника та металу формується потенціальний бар'єр $V_2^0(x)$, висота якого зростає зі збільшенням роздільної відстані [2; 8; 9]. За умови $L \le 0,1$ нм потенціальний бар'єр $V_2^0(x)$ у вакуумній щілині не формується, так що при $L \to 0$ система HBM переходить у систему двох середовищ напівпровідник-метал (HM). Проведено детальний аналіз ходу потенціалу сил зображення $V_i^0(x)$ у випадку надмалих вакуумних відстаней *L* ≤ 0,1 нм, коли НВМ систему можна вважати тісною структурою, а при вирівнюванні рівнів Фермі напівпровідника та металу – НВМ системою, що перебуває в тісному контакті [6; 15; 17].

На прикладі системи *n*-Si-вакуум-Au проаналізовано вплив електронної структури металу та товщини вакуумної щілини на розподіл потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$. Показано, що залежно від електронної структури металу змінюється висота потенціального бар'єра всередині вакуумної щілини і розподіл $V_1^0(x)$ у приповерхневій області *n*-Si.

Встановлено також вплив енергетичного спектра електронів, який є функцією товщини d РК металевої плівки (структура НВПМ), на немонотонну залежність від d потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$ у всій НВПМ системі. Енергетичний спектр згідно з [3; 4; 8; 11] дається виразом

$$E(q) = \frac{\hbar q}{2m^*} + \frac{\pi \hbar v}{2m^* d}, \quad v = 1, 2, 3, \dots,$$
(1)

де m^* – ефективна маса електронів, $q = \{q_y, q_z\}$ – хвильовий вектор і v – енергетичний квантовий номер. Залежність потенціалу сил зображення в об'ємній фазі напівпровідника $V_1^0(x)$ від електронної структури металу та товщини d металевої плівки особливо значна для тісних НВМ і НВПМ систем.

Теорія. Визначимо хід потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$ між близько розділеними вакуумним проміжком $0 \le x \le L$ напівпровідником з діелектричною функцією $\varepsilon_1(\vec{k})$ в області $x \le 0$ і металом з діелектричною функ-

цією $\varepsilon_3(\vec{k})$ в області $x \ge L$ з урахуванням можливості зміни енергетичного спектра електронів при зменшенні товщини *d* плівки металу. Використовуючи метод функцій Гріна нелокального рівняння Пуассона, який розвинуто в роботах [2; 5; 8; 11], розглянемо спочатку НВМ систему, задаючи функцію $\varepsilon_1(\vec{k})$ легованого напівпровідника в такому вигляді [19]:

$$\varepsilon(\vec{k}) = 1 + \frac{\varepsilon - 1}{1 + (\vec{k}^2 / \lambda^2) (\varepsilon - 1)} + \frac{\kappa^2}{\vec{k}^2}, \ \vec{k}^2 = k_{\perp}^2 + q^2, \quad (2)$$

де є – діелектрична стала кристалічної гратки (при $ec{k}
ightarrow 0$), λ_1^{-1} – ефективний радіус екранування зв'язаними (валентними) електронами іонних остовів кристалічної гратки, який за порядком величини рівний радіусу атома (іона) і обчислюється з урахуванням зонної структури напівпровідника [12], $\kappa_1^2 = 4\pi e^2 n_1 / \epsilon k_B T$ у наближенні Дебая – Хюккеля (НДХ) у випадку невиродженого електронного газу, k_B – постійна Больцмана; n1 – концентрація невиродженого газу вільних електронів (дірок) (у роботі розглянуто випадок напівпровідників *n*-типу). Перші два члени в (2) відповідають інтерполяційній моделі Інксона [12]. Як показано в роботі [10], така комбінація наближення Інксона з НДХ призводить до асимптотики $\epsilon_1(\vec{k}) \approx 1 + (\lambda_1^2 + \kappa_1^2) / \vec{k}^2$, коли $k >> \lambda_1$, та до неперервності електростатичного потенціалу на межах поділу.

Для врахування просторової дисперсії в діелектричній функції металу $\varepsilon_3(\vec{k})$ скористаємось загальновідомим довгохвильовим наближенням Томаса – Фермі (НТФ), у якому $\varepsilon_3(\vec{k})$ має такий вигляд:

$$\varepsilon_3(\vec{k}) = 1 + \frac{\kappa_3^2}{k^2}, \qquad \vec{k} = \{k_\perp, q\},$$
 (3)

де $\kappa_3^2 = 6\pi e^2 n_3 / E_F^3$, n_3 – концентрація, $E_F^3 = \hbar^2 (3\pi^2 n_3)^{2/3} / 2m_3$ – енергія Фермі та m_3 – ефективна маса вільних електронів у металі.

Потенціал сил зображення $V_j^o(x)$ у тришаровій структурі (j = 1, 2, 3), що складається з напівобмеженого напівпровідника та напівобмеженого металу, розділених вакуумним проміжком $0 \le x \le L$, згідно з роботами [2; 5; 8; 11] визначається таким рівнянням:

$$V_{j}^{0}(x) = -e^{2} \int_{0}^{\infty} q dq \cdot \left[D_{j}^{0}(q;x) + \frac{1}{2q} \right],$$
(4)

де $q = \{q_y, q_z\}$ – двовимірна компонента хвильового вектора, а $D_j^0(q;x)$ – функція Гріна поздовжнього кулонівського поля в кожному з трьох середовищ, яка за умови дзеркального відображення електронів від меж поділу визначена в роботах [2; 5; 8; 11].

Результати. Розрахункова схема визначення потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$ для НВМ структури з використанням методу функцій Гріна нелокального рівняння Пуассона детально описана у [2; 5; 8; 11]. Для прикладу розглянемо систему *n*-Si-вакуум-Au, яка широко використовується в напівпровідниковій мікроелектроніці та об'ємні параметри якої добре відомі [13]. Для невиродженого напівпровідника *n*-типу (*n*-Si) при тем-

пературі — $T = 293 \,\mathrm{K}$: діелектрична константа — $\varepsilon_1 = 11,9$, концентрація $n_1 = 3 \cdot 10^{17} \,\mathrm{cm}^{-3}$, ефективна маса електрона $m_{\perp} = 0,98$ (поперечна) і $m_l = 0,19$ (повездовжня), $\lambda_1 = 5,917 \cdot 10^7 \,\mathrm{cm}^{-1}$ і $\chi_1 = -E_c = 4,05 \,\mathrm{eB}$ — положення дна зони провідності в об'ємі напівпровідника. Для металу (Au): $\phi_3 = 5,1 \,\mathrm{eB}, n_3 = 5,9 \cdot 10^{22} \,\mathrm{cm}^{-3}$ і $m_3 = 0,87325 m_0$, де m_0 — маса вільного електрона.

На рис. 1 наведено зонну енергетичну діаграму для системи n-Si–вакуум–Au і залежність потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$ (суцільна крива 1), визначену згідно з (4) з урахуванням (2) і (3) і результатів робіт [2; 5; 8; 11] у випадку малої роздільної вакуумної відстані

L = 0, 2 нм. Штрих-пунктирною кривою показано залежність потенціального бар'єра $V_2^0(x)$, розраховану у вакуумній щілині L = 0, 2 нм, коли у функції діелектричної проникності напівпровідника (2) не враховані ефекти екранування граткою напівпровідника, і $\varepsilon_1(\vec{k})$ має вигляд:

$$\varepsilon_1(\vec{k}) = \varepsilon + \kappa_1^2 / \vec{k}^2 \,. \tag{5}$$

Як видно з рис. 1, коректне врахування ефектів просторової дисперсії у функціях діелектричної проникності напівпровідника (2) і металу (3) призводить до неперервності потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$ у несиметричній НВМ системі (суцільна крива 1).



Рис. 1. Зонна енергетична діаграма несиметричної системи *n*-Si–вакуум–Au і хід потенціалу сил зображення $V_i^0(x)$

у ній (суцільна крива 1), розрахований згідно з наведеними вище параметрами при L = 0, 2 нм. Пунктирна крива – розподіл потенціалу сил зображення в наближенні локальної електростатики, коли $\varepsilon_1(\vec{k}) = \varepsilon = \text{const}$ і $\varepsilon_3(\vec{k}) = \text{const} \to \infty$

Зауважимо, що врахування ефектів екранування вільними носіями (електронами, дірками) при розрахунку $V_j^0(x)$ у випадку власних або невироджених напівпровідників не призводить до його суттєвої зміни порівняно з результатами обчислення для $\varepsilon_1(\vec{k})$ у моделі Інксона. Прямі розрахунки $V_j^0(x)$ у НВМ системі для невиродженого напівпровідника показали, що зміна температури T і ступеня об'ємного легування напівпровідника n_1 (тобто параметрів, які визначають радіус екранування ня вільними електронами κ_1^{-1} у НДХ), слабко впливає на потенціал сил зображення $V_j^0(x)$ у НВМ системі (в основному визначають тільки положення рівня Фермі E_F^1 у напівпровіднику) і з хорошою точністю може опи-

суватись наближенням Інксона для діелектричної функції $\varepsilon_1(\vec{k})$ – перші два члени в рівнянні (2) [1; 2; 5; 7].

На рис. 2 суцільними кривими показано формування НВМ тісної структури, коли при зменшенні роздільної відстані L < 0,1 нм у вакуумній щілині потенціальний бар'єр не формується. Якщо відстань між напівпровідником і металом стає меншою 0,1 нм потенціальний бар'єр між ними суттєво знижується й система набуває властивостей структури напівпровідник – метал (*n*-Si-Au), коли L = 0 (крива 5). Тому при тісному контакті напівпровідника з металом (вирівнювання рівней Фермі) максимальне значення потенціального бар'єра, що виникає за рахунок контактної різниці потенціалів, перебуває в приповерхневій області напівпровідника. У протилежному випадку нетісного контакту максимальне значення потенціального бар'єра перебуває у вакуумній щілині.



Рис. 2. Зміна потенціалу сил зображення $V^0_j(x)$

для системи *n*-Si-вакуум–Au з наведеними вище параметрами при зменшенні роздільної вакуумної відстані: L = 0,1 нм (крива 1), L = 0,075 нм (крива 2), L = 0,05 нм (крива 3) і L = 0,025 нм (крива 4). Суцільна крива 5 – розподіл потенціалу сил зображення в системі напівпровідник–метал, коли L = 0

Оцінимо вплив електронної структури металу на хід $V_j^0(x)$ у НВМ системі для напівобмежених металів з однаковою роботою виходу $\varphi_1 = 5,1$ еВ і різною концентрацією n_3 (і відповідно ефективною масою m_3) вільних електронів. Результати розрахунків $V_j^0(x)$, що отримані в межах нелокальної електростатики для НВМ системи для випадків L = 0 (криві 1) і L = 0,1 нм (криві 2) і L = 0,2 нм (криві 3), наведені на рис. 3. Зі зростанням концентрації електронів у металі висота потенціального бар'єра, утвореного внаслідок різниці об'ємних властивостей, у вакуумній щілині й значення $V_1^0(x)$ у приповерхневій області напівпровідника зменшуються. Вплив металу збільшується при $L \rightarrow 0$.

Як було показано в роботах [3; 4; 8; 11], електронний спектр надтонких РК плівок металу (напівметалу або вироджених напівпровідників) впливає на енергетичний спектр електронів при зменшенні товщини *d* металевої плівки (1), що обумовлює залежність основних об'ємних характеристик РК плівок від товщини *d*, тому

$$\kappa_3^N \to \kappa_3, \ \chi_3^N \to \chi_3, \ (E_F^3)^N \to E_F^3, \ \phi_3^N \to \phi_3,$$
(6) де N – кількість заповнених енергетичних підзон, яка залежить від концентрації електронів n_2 і товщини плі-

вки d, і визначається таким рівнянням

$$N(N-1)(4N+1) < 12n_3 d^3 / \pi < N(N+1)(4N+5), \quad (7)$$

Nзмінюється від 1 до ∞ при збільшенні d .

На рис. 4 наведено потенціал сил зображення $V_j^0(x)$ у вакуумній щілині та в напівпровіднику для НВПМ структури, що розрахований згідно з [2; 5; 8; 11] при L = 0,1 нм, коли замість напівобмеженого металу в області $x \ge L$ розташована надтонка плівка різної товщини L = 1,2 нм (штрихова крива), L = 1,5 нм (штрих-пунктирна крива), L = 1,8 нм (суцільна крива) та $d \to \infty$ (пунктирна крива).

Як видно з рис. 4, $V_j^0(x)$ у НВПМ структурі немонотонно залежить від товщини d плівки металу, спектр вільних електронів у якій є розмірно-квантованим (1). Це продемонстровано на рис. 5 для значення потенціалу сил зображення на межі розподілу n–Si/вакуум $V_2^0(0) = V_1^0(0)$ і в приповерхневій області напівпровідника $V_1^0(-0,1 \text{ HM})$. Як випливає з рис. 4 та 5, при зменшенні вакуумного проміжку L (особливо у випадку формування тісної структури) немонотонна залежність потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$ від товщини d тонких металевих плівок стає досить суттєвою, що може призвести до розмірної залежності параметрів тісного контакту напівпровідник/метал.







Рис. 4. Хід $V_j^0(x)$ у напівпровіднику та вакуумному зазорі L = 0,1 нм для НВПМ структури з роботою виходу $\varphi_1 = 4,8$ еВ (при $d \to \infty$) та $n_3 = 2 \cdot 10^{21}$ см⁻³, і $m_3 = 0,6668$ m_0 залежно від товщини РК плівки металу: L = 1,2 нм (штрихова крива), L = 1,5 нм (штрих-пунктирна крива) і L = 1,8 нм (суцільна крива). Пунктирна крива – хід $V_j^0(x)$ у випадку напівобмеженого металу, коли $d \to \infty$

Висновки. Показано, що коректне врахування просторової дисперсії у функціях діелектричної проникності напівпровідника $\varepsilon_1(\vec{k})$ і металу $\varepsilon_3(\vec{k})$ забезпечує не-

перервність потенціалу сил зображення $V_j^o(x)$ на межах поділу в несиметричній системі напівпровідниквакуум-метал (НВМ) і напівпровідник-вакуум-плівка металу (НВПМ) та єдиний (вакуумний) рівень відрахунку енергії. За умови $L \ge 0,1$ нм у вакуумній щілині формується потенціальний бар'єр $V_2^0(x)$, висота якого зростає зі збільшенням роздільної відстані L, так що після

проведення детального аналізу ходу $V_j^0(x)$ при L < 0,1 нм можна прогнозувати перехід НВМ системи в тісну структуру напівпровідник–метал (НМ).



Рис. 5. Немонотонна залежність потенціалу сил зображення $V_1^0(0)$ та V_1^0 (–0,1 нм) від товщини d РК плівки металу з наведеними вище параметрами для *n*–Si та $\varphi_3 = 4,8$ еВ, $n_3 = 2 \cdot 10^{21}$ см⁻³ і $m_3 = 0,6668m_0$

На прикладі системи *n*-Si-вакуум-Au проаналізовано вплив електронної структури металу та товщини L вакуумної щілини на залежність $V_j^0(x)$ і показано, що зміна електронної структури металу призводить до зміни як висоти потенціального бар'єра всередині вакуумної щілини, так і ходу $V_1^0(x)$ у приповерхневій області напівпровідника. При зменшенні товщини d металевої плівки, коли енергетичний спектр вільних електронів є РК (1), розподіл потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$ у всій НВПМ системі є немонотонною функцією d.

Твердотельная электроника. – М., 2003. 7. Huan Z.-H., Weimer M., Allen R.E. Internal image potential in semiconductors: Effect on scanning tunneling microscopy // Phys. Rev. B. – 1993. – Vol. 48, № 20. 8. Il'chenko L.G., Goraychuk T.V. Image potential between closely separated quantum size film and metal // Ultramicroscopy. – 2003. – Vol. 95, № 1. 9. Il'chenko L.G., Goraychuk T.V. Role of the image forces potential in the formation of the potential barrier between closely spaced metals // Surf. Sci. – 2001. – Vol. 478, № 4. 10. Il'chenko L.G., Il'chenko V.V., Goraychuk T.V., Rangelow I.W. Microscopic structure of the semiconductor surface in the external electric field // Chemistry, physics and technology of surfaces. – 2001. – № 4–6. 11. *Il'chenko L.G., Kryuchenko Yu.V., Litovchenko V.G.* Electron field emission (FE) from quantum size systems // Appl. Surf. Sci. – 1995. – Vol. 87/88, № 1. 12. Inkson J.C. The electrostatic image potential in metal semiconductor junctions // J. Phys. C. -1971. - Vol. 4, № 5. 13. Jensen K.L. Improved Fowler-Nordheim equation for field emission from semiconductors // J.Vac. Sci. Technol. B – 1995. – Vol. 13, № 2. 14. *Magnov S.N., Whangbo Myung-Hwan*. Surface analysis with STM and AFM experimental and theoretical aspects of image analysis. - Weinheim; NY; Basel; Cambridge;Tokyo. - 1996. 15. Metal-semiconductor Schottky barrier junctions and their applications / Ed. by B.L. Sharma. - NY, London. - 1984. 16. Monch W. Semiconductor surfaces and interfaces. - Berlin; Heidelberg, 1995. 17. Rhoderick E.H., Williams R.H. Metal-Semiconductor contacts. Oxford, 1988. 18. Scanning tunneling microscopy and spectroscopy: theory, techniques, and applications / Ed. by D. A. Bonnell - Weinheim, New York; Basel, Cambridge, Tokyo, 1993. 19. Scanning tunneling microscopy I: General principles and applications to clean and adsorbate-covered surfaces, Eds / H.-J. Guntherodt, R. Wiesendanger. - Berlin, Heidelberg, 1992. 20. Smythe W.R. Static and dynamic electricity. - NY., 1953.

Надійшла до редколегії 15.10.07

^{1.} Войтенко А.И., Габович А.М. Динамические силы изображения вблизи границ раздела полупроводник-вакуум: роль квантовомеханических поправок // ФТТ. – 2001. – Т. 43, № 12. 2. Горайчук Т.В., Ільченко Л.Г. Сили зображення між близько розділеними діелектриками // Хімія, фізика та технологія поверхні. – 2003. – Вип. 9. 3. Горайчук Т.В., Ільченко Л.Г., Ільченко В.В. Розмірна залежність потенціалу сил зображення поблизу тонкої металевої плівки з розмірно-квантованим спектром електронів // Вісн. Київ. ун-ту. Сер.: Радіофізика та електроніка. – 2000. – № 2. 4. Ільченко Л.Г., Лобанов В.В., Ільченко В.В. Парна взаємодія зарядів на поверхні надтонких плівок з розмірно-квантованим спектром електронів // Фізика і хімія твердого тіла. – 2005. – Т. 6, № 4. 5. Ільченко Л.Г., Лобанов В.В., Чуйко О.О. Теоретичне визначення потенціалу взаємодії між двома близько розділеними діелектриками у воді // Доп. НАН України – 2005. – Т. 1. 6. Протасов Ю.С., Чувашев С.Н.

УДК 535.3

В. Кисленко, канд. фіз.-мат. наук, О. Ломакін, асп.

ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ЕФЕКТИВНОГО КОЕФІЦІЄНТА ВІДБИТТЯ НА СКОРОЧЕННЯ ТРИВАЛОСТІ ВІДБИТИХ ВІД ОХФ-ДЗЕРКАЛА ІМПУЛЬСІВ

Досліджено вплив просторово-часових характеристик накачки на часову компресію лазерних імпульсів, відбитих від параметричного дзеркала на основі трихвильової взаємодії, що має властивість обернення хвильового фронту (ОХФ). Показано, що тривалість скороченого лазерного імпульсу визначається часовими характеристиками ефективного коефіцієнта відбиття.

Influence of pumping space-time characteristics on laser pulse time compression was investigated in case of its reflectance from parametric three-wave mixing phase-conjugate mirror (PCM). It is demonstrated that compressed pulse duration is equal to duration of its interaction with effective reflectance nonlinear area.

Вступ. Керування тривалістю імпульсів було й залишається однією з актуальних проблем нелінійної оптики [1]. Оскільки загальна аналітична теорія опису таких процесів відсутня, то розглядаються окремі випадки конкретних механізмів формування коротких імпульсів у різних спектральних діапазонах. Для механізмів, в основі яких лежить трихвильова взаємодія, можливо застосувати підхід, що базується на аналізі ефективного коефіцієнта відбиття [2]. Саме він і розглядається в даній роботі.

тричної взаємодії (рис. 1). Нехай в об'ємі нелінійноактивного середовища, обмеженого площинами z = 0та z = L, уздовж осі "**z**" поширюється сигнальний імпульс з амплітудою $a_1(z,t)$ і частотою ω_0 . Під дією накачки з амплітудою $a_p(t)$ на частоті другої гармоніки утворюється відбитий імпульс з амплітудою $a_2(z,t)$, яка є комплексно-спряженою до амплітуди сигнальної хвилі $a_1(z,t)$.

Ефективний коефіцієнт відбиття ОХФ-дзеркала. Розглянемо ОХФ-дзеркало на основі трихвильової параме-



Рис. 1. Схема ОХФ-дзеркала на основі трихвильової параметричної взаємодії в нелінійно-активному середовищі 1; $a_p(t)$, $a_1(z,t)$, $a_2(z,t)$ – амплітуди накачки,

падаючої та відбитої хвиль, відповідно

Для опису даного процесу можна скористатися системою вкорочених рівнянь для комплексних амплітуд [3] за умови, що розміри області параметричної взаємодії значно більші довжини хвилі падаючого випромінювання:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \upsilon_1 \frac{\partial}{\partial z}\right) a_1(z,t) = a_p(z,t) V_{12} a_2^*(z,t) , \qquad (1)$$

де υ – швидкість поширення падаючого та відбитого імпульсів, V_{12} – коефіцієнт параметричної взаємодії хвиль. Переходячи в (1), (2) до інтенсивностей при $a_2^*(z,t) = r(z,t)a_1(z,t)$ та інтегруючи ці рівняння з граничними умовами для падаючого й відбитого імпульсів

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \upsilon_2 \frac{\partial}{\partial z}\right) a_2^*(z,t) = a_p^*(z,t) V_{12}^* a_1(z,t) , \qquad (2)$$

 $= a_{p}^{*}(z,t)V_{12}^{*}a_{1}(z,t), \qquad (2)$ $I_{1}(z=0,t) = I_{1}^{0}(t), \quad I_{2}(z=0,t) = I_{2}^{0}(t), \quad I_{2}(z=L,t) = 0, \qquad (3),$

отримаємо вираз для інтенсивності відбитого імпульсу у площині *z* = 0 :

$$I_{2}^{0}(t) = \int_{L}^{0} I_{1}^{0}(t - \frac{2z}{\upsilon}) R(z, t - \frac{z}{\upsilon}) \exp\left[\int_{z}^{0} R(\eta, t + \frac{\eta - 2z}{\upsilon}) d\eta\right] dz , \qquad (4)$$

де $R(z,t) = -2 \operatorname{Im}(ra_p \frac{V_{12}}{\upsilon})$ – ефективний коефіцієнт

відбиття. Такий ефективний коефіцієнт відбиття необхідно враховувати при формуванні відбитих від ОХФдзеркала імпульсів з потрібною часовою залежністю, відмінною від часової форми падаючого імпульсу, у тому числі, при зменшенні їх тривалості [2]. Зменшення тривалості імпульсів, відбитих від ОХФдзеркала. Нехай існує вузька область нелінійної взаємодії, утворена, наприклад, накачкою, що діє на область нелінійно активного середовища шириною $l_p \ll L$

(рис. 2). При цьому відбиття падаючої хвилі еквівалентно відбиттю від тонкого дзеркала. Якщо утворювати серію

таких ОХФ-дзеркал через окремі проміжки часу Δt_p , а їх "*Z*"-координати змінювати дискретно від z = L до z = 0з кроком Δz_p , то можна отримати переміщення області нелінійної взаємодії (а отже області локалізації ефективного коефіцієнта відбиття) від вихідної грані до вхідної

Рис. 2. Схема модельного експерименту зі зменшенням тривалості відбитого від ОХФ-дзеркала імпульсу I_2 при переміщенні області локалізації ефективного коефіцієнта відбиття R зі швидкістю υ_R

Розглянемо випадок, при якому абсолютні значення швидкостей хвиль υ і швидкості руху області локалізації ефективного коефіцієнта відбиття υ_R сумірні. Покажемо, що при $0 < \upsilon_R \le \upsilon$ можна отримати компресію відбитого імпульсу. Випадок $\upsilon_R \ge \upsilon$ потребує залучення додаткових фізичних моделей, тому в даній роботі не розглядається. Величина ефективного коефіцієнта відбиття з урахуванням переміщення його області локалізації зі швидкістю υ_R і відсутності затухання може бути представлена як

$$R(z,t) = R(t + \frac{z}{\upsilon_P}).$$
(5)

Досліджено залежність тривалості відбитого імпульсу $\tau_2(\upsilon_R)$ від швидкості поширення області локалізації ефективного коефіцієнта відбиття R. Тривалості вхідних і вихідних імпульсів довільних форм визначаються за спадом їх інтенсивності в e разів. На рис 3. наведено результат модельного експерименту для імпульсів з гауссовим часовим розподілом.



Рис. 3. Залежність тривалості τ_2 відбитого імпульсу від швидкості поширення ефективного коефіцієнта відбиття. Розрахунки проведено за таких значень параметрів: $T = L/\upsilon$, $\tau_1 = 0,5T$, $\tau_R = 0,1T$

Виявлено, що найбільшу компресію можна отримати за умови $\upsilon_R = \upsilon$. Крім того, існує залежність величини зменшення тривалості відбитого імпульсу від абсолютного значення *R*. Це пов'язано з можливістю відбиття падаючого імпульсу лише від переднього фронту області дії ефективного коефіцієнта відбиття.

Висновки. Досліджено часові характеристики імпульсів, відбитих від параметричного ОХФ-дзеркала. На

вздовж напрямку поширення відбитої хвилі. Швидкість

гакого переміщення
$$\upsilon_R = \frac{\Delta z_p}{\Delta t_p}$$
.

прикладі модельної задачі взаємодії гауссових імпульсів показано можливість зменшення тривалості відбитих імпульсів до тривалості дії ефективного коефіцієнта відбиття. Універсальність рівнянь, якими описуються розглянуті процеси, дозволяє використовувати запропонований підхід для отримання коротких імпульсів при інших типах параметричних процесів взаємодії хвиль у широкому спектральному діапазоні.

УДК 532

1. Зельдович Б.Я., Пилипецкий Р.Ф., Шкунов В.В., Обращение волнового фронта – М., 1985. 2. Кисленко В.И., Ломакин А.Д. Восстановление пространственно-временного распределения эффективного коэффициента отражения ОВФ-зеркала по осциллограммам падающего и отраженного импульсов // Квантовая электроника. - 2006. - Т. 36(3). 3. Tsang M., Psaltis M. Spectral phase conjugation by quasi-phase-matched three-wave mixing // Optics Communications. - 2004. - Vol. 242

Надійшла до редколегії 20.09.07

П. Коротков, д-р фіз.-мат. наук, Г. Фелінський, канд. фіз.-мат. наук

ВКР ПІДСИЛЮВАЧ СВІТЛА З ТЕРАГЕРЦОВОЮ СМУГОЮ РОБОЧИХ ЧАСТОТ

Запропоновано спектроскопічну модель аналізу спектра підсилення при комбінаційному розсіянні (КР) і представлено методику розрахунку волоконно-оптичних КР підсилювачів з робочою смугою понад 12 ТГц. Модель застосовано до аналізу волоконного КР підсилювача, що містить кілька довжин хвиль і дозволяє отримати широку смугу понад 80 нм і нерівномірність підсилення не більше ніж 0,5 дБ.

The spectroscopic model for analysis of the Raman gain spectrum is offered and the design procedure of the fiber Raman amplifiers with a working frequency band more than 12 THz is proposed. The model is applied to the analysis of fiber Raman amplifier containing the several pumping wavelengths and it allows to receive a bandwidth over 80 nm and gain ripple no more than 0,5 dB.

Вступ. Волоконні КР підсилювачі (ВКРП) застосовуються майже в кожній новій довгій волоконно-оптичній системі передачі інформації [7]. Однак, незважаючи на надзвичайну простоту конструкції КР підсилювача, при його розробці необхідно враховувати широке коло факторів, зокрема, наявність обміну потужністю як між накачками, так і між сигналами, згасання (насичення) накачок, подвійне релеївське розсіювання (багато прохідна інтерференція), підсилення спонтанного випромінювання і т.д. [8].

При спрощеному підході до конструкції КР підсилювача з накачуванням на кількох довжинах хвиль виходить підсилювач з незадовільними параметрами. Дійсно, спочатку для одержання ВКРП із широкою смугою підсилення було використано [8] вісім накачок, що рівномірно розташовані по спектру, та з рівними потужностями, кожна з яких дорівнювала 120 мВт. При цьому нерівномірність підсилення становила понад 10 дБ, що є абсолютно неприйнятним для практичних застосувань. Тому для вирівнювання коефіцієнта підсилення у максимально широкій смузі частот кількість накачок підлягає оптимізації, причому суттєво важливим є ретельний вибір як довжини хвилі, так і потужності для кожного діода накачування.

Складність фізичних процесів, які супроводжують вимушене комбінаційне розсіяння (ВКР), принципово утруднює процедуру визначення профілю підсилення ВКР за схемою багатохвильового помпування безпосередньо з рівнянь зв'язаних хвиль. Кількість хвиль, що взаємодіють, і відповідно кількість зв'язаних диференційних рівнянь у системі реально може перевищувати кілька сотень. Результати розрахунку картини розподілу інтенсивності такої кількості хвиль суттєво залежать від коефіцієнтів взаємного зв'язку між ними, тобто від значення коефіцієнтів ВКР підсилення та точності їх визначення на частотах стоксового зсуву.

Були здійснені спроби застосування методів чисельної оптимізації на основі зв'язаних рівнянь для оптимального вибору довжини хвилі й потужності кожного із джерел накачування, зокрема за алгоритмами моделі відпалу [15], одношарових нейронних мереж із прямими зв'язками [14], і аналогічних методів [11]. Проте в перерахованих методах, як тільки автоматичний вибір довжин хвиль накачування здійснювався на основі використання значень КР підсилення лише на довжині хвилі максимуму, то, як правило, у результаті отримують практично нереальні розподіли потужності для накачок через неточності у визначенні таких частотно-залежних множників у коефіцієнтах зв'язаних рівнянь, як коефіцієнт КР підсилення й ефективна площа для кожної з довжин хвиль. Усі параметри КР підсилення в оптичному волокні можна отримати з рівнянь поширення для хвиль сигналів і накачок тільки у випадку застосування максимально точної теоретичної моделі. У роботі [13] проведений теоретичний аналіз коефіцієнта КР підсилення в оптичних волокнах для однієї довжини хвилі накачування і поданий всебічний аналіз його масштабування з довжиною хвилі, а також залежності від модового перекриття і складу матеріалу волокна.

У даній роботі використана спектроскопічна модель [5] аналізу спектра КР підсилення, що заснована на осциляторній теорії, яка потім застосована для моделювання оптичних ВКРП, що працюють за схемою багато хвильового накачування. Вводячи осциляторні функції форми лінії $S_R(v)$, ми отримуємо просту за формою можливість достатньо точного аналізу процесів підсилення у ВКРП. З використанням моделі актуальної смуги на основі функцій S_R(v) запропонована і проаналізована експериментальна конфігурація широкополосного ВКРП з малою нерівномірністю підсилення. Запропонована модель також дозволяє провести кількісний аналіз лазерного порога потужності накачування та ефективного коефіцієнта шуму ВКРП, а також її можна застосовувати для поширених волокон з іншими легуючими домішками.

Спектроскопічна модель ВКРП. Повна підсилена потужність по всій смузі сигналів у волоконно-оптичному КР підсилювачі з одним джерелом накачування [3] дорівнює $P_{sig}(z) = \int p_{sig}(v, z) dv$, де v – стоксова частота, а спектральна густина потужності сигналу $p_{sig}(v,z)$ дорівнює стоксовій потужності $p_s(v,z)$ в одиничному частотному інтервалі, визначена в точці z уздовж волокна. Якщо насиченням накачки можна знехтувати, то $p_{sig}(v, z) = p_s(v, 0) \exp [-\alpha z + \sigma(v) (1 - e^{-\alpha z})],$ de α – середнє значення загасання у волокні у смузі сигналу, а $\sigma(v) = \sigma_0 S(v)$. Безрозмірна функція S(v) є функцєю форми лінії, що нормована на одиницю у своєму максимальному значенні, тому $\sigma_0 = g_R P_0 \, / (A_{e\!f\!f} lpha)$, де g_R – максимум стоксового КР

коефіцієнта підсилення, P_0 – вхідна потужність накачування, а A_{eff} – ефективна площа для хвилі накачки.

У розподілених волоконно-оптичних КР підсилювачах, що накачані кількома довжинами хвиль, насиченням помпування нехтувати не можна. У квазістаціонарному наближенні зміна потужності накачок, викликана взаємодією між ними, дисипативними та активним витратами на підсилення сигналів, описується відомою системою зв'язаних рівнянь [1, 8, 11, 14, 15].

Для моделювання процесу багатоканального КР підсилення з кількома накачками використовують різні форми цієї системи рівнянь, записаної у наближенні повільної зміни амплітуд [1], що дозволяє нехтувати другими похідними за просторовою координатою z. У цьому випадку функції залежності потужності *і*-ої хвилі від координати $z - P_i(z)$ є розв'язками системи звичайних диференційних рівнянь першого порядку. Кількість рівнянь, що входять до системи, дорівнює числу хвиль, які взаємодіють між собою, включаючи накачки та численні сигнали (до кількох сотень каналів) на стоксових частотах. Явний вигляд кожного з рівнянь залежить також від застосованого наближення, яке обмежує кількість прийнятих до уваги факторів, що впливають на обмін потужностями взаємодіючих хвиль. Зокрема, систему рівнянь для схеми багатохвильового помпування, у якій зберігається кількість фотонів, а також враховуються втрати волокна $\alpha(v,T)$ і зворотне релеївське розсіювання $\gamma_{h}(v)$, можна записати у формі узагальненого рівняння. Для *і*-ої довжини хвилі з частотою V_i накачки або сигналу з оптичною смугою Δv , що поширюються в прямому напрямку до накачування (з індексом "+") і зворотному напрямку ("-") це узагальнене рівняння має вигляд [11]:

$$\pm \frac{dP_{i}^{\pm}}{dz} = -\alpha(v_{i},T)P_{i}^{\pm} + \gamma_{b}(v_{i})P_{i}^{\mp} + P_{i}^{\pm}\sum_{j}^{v_{j}>v_{i}} \frac{g_{R}(v_{j},v_{i})}{A_{eff}(v_{j},v_{i})} (P_{j}^{+} + P_{j}^{-})\Delta v + + 2\sum_{j}^{v_{j}>v_{i}} (P_{j}^{+} + P_{j}^{-})hv_{i}\Delta v \frac{g_{R}(v_{j},v_{i})}{A_{eff}(v_{j},v_{i})} \cdot [n_{B}(v_{j} - v_{i}) + 1] - ,$$
(1)

$$- P_{i}^{\pm}\sum_{j}^{v_{j}$$

де V_i та P_i – групова швидкість і оптичні потужності, відповідно. А_{еff} – ефективна площа волокна, а g(v_i, v_i) – коефіцієнт КР підсилення на частоті сигналу (v_i) від накачки 3 частотою (v_i) . $n_{R}(v) = [\exp(hv/kT) - 1]^{-1}$ – фактор розподілу Бозе-Ейнштейна для фононів, де *h* – стала Планка, *k* – стала Больцмана, Т – температура. Складова в (1), що містить множник *n*+1 відповідає стоксовій компоненті підсиленого спонтанного випромінювання (ПСВ), а доданок із множником n описує генерацію антистоксового ПСВ, що виникає в результаті збереження кількості фотонів.

Система (1) може служити принциповою основою аналізу ВКР підсилення з будь-якою кількістю накачок і сигналів, на сьогодні використовується винятково для моделювання ВКРП. В ідеальному випадку для кожного наперед заданого розподілу потужностей накачок і сигналів на відповідних входах до волокна функції $P_i(z)$, що є розв'язками системи (1), описують розподіл як сигналів, так і накачок у довільно вибраній точці z усередині волокна. Зокрема, за знайденими значеннями потужності сигналів у кожному каналі на виході волокна безпосередньо визначається коефіцієнт підсилення. Але практична реалізація такої відносно простої схеми моделювання наштовхується на проблему точності визначення $g_R(v_i, v_j)$, оскільки саме він визначає ступінь нелінійно-

го зв'язку окремої хвилі сигналу з відповідною накачкою.

У загальному випадку для процесу вимушеного КР частотна залежність коефіцієнта КР підсилення виділяється у вигляді профілю $g(v) \sim S(v)$ для кожної з довжин хвиль накачки. Реальний профіль S(v) у кварцових волокнах має вигляд нерівномірного континууму з середньою напівшириною ~4 ТГц і формується шляхом супер-

позиції значного числа коливальних мод, кожна з яких має власну функцію форми лінії. На інтервалі частот ~12 ТГц, який виділино для сигналів, зміна коефіцієнтів ВКР підсилення настільки значна, що відношення $g_{R\max} \, / \, g_{R\min} > 100$. У результаті в режимі ВКР підсилення для заданих частоти та потужності кожної накачки стоксова область частот виявляється поділеною на інтервали, причому на одних з них існує підсилення, а на інших воно відсутнє. Граничні частоти, що розділяють вказані інтервали, відповідають особливим точкам для рівнянь з системи (1), поблизу яких формується область нестаціонарності. В даному випадку, з математичної точки зору, особлива точка відповідає такій частоті сигналу, на якій права частина динамічного рівняння із системи (1) обертається в нуль, а область нестаціонарності – це малий інтервал частот, на якому проходить перехід від підсилення сигналу, коли $dP_i(z)/dz > 0$ до загасання

сигналу, коли $dP_i(z)/dz < 0$.

Із фізичної точки зору особливі точки пов'язані з пороговим характером підсилення у процесі ВКР. Якщо частота сигналу належить до інтервалу підсилення, то потужність накачки є достатньою для перевищення порогу ВКР і вона інтенсивно витрачається на підсилення сигналу. І навпаки, якщо потужність накачки нижче порогового значення, то сигнал рівномірно загасає, майже не забираючи енергію від накачки. У проміжному випадку, в області нестаціонарності, витрати накачки є менш інтенсивними, ніж у режимі підсилення, оскільки потужність накачки витрачається лише на компенсацію загасання сигналу без його підсилення. У міру виснаження накачки частотне положення особливих точок змінюється так, що інтервал підсилення звужується до свого повного зникнення. Ці якісні міркування ілюструють один із механізмів формування конкуренції мод сигналів при ВКР підсиленні і вказують на роль частотної залежності коефіцієнта підсилення на формування частотної характеристики ВКРП. Для фіксованої потужності накачки положення особливих точок на осі частот, які є межами інтервалів підсилення, та ефективність її перетворення на потужність сигналів визначаються винятково формою профілю S(v). Відповідно профіль коефіцієнта КР підсилення являє собою ключовий параметр для опису КР-підсилення, особливо у схемі з кількома накачками.

Слід зазначити, що у випадках, коли частотну залежність коефіцієнта КР підсилення g(v) моделюють сталою, що не залежить від частоти, або максимумом простої форми, наприклад у вигляді трикутника, то числові методи можуть давати незадовільні результати, оскільки розв'язки зв'язаних рівнянь (1) є надто чутливими до величин коефіцієнтів рівнянь. Якщо точність визначення величин $g(v_i, v_j)$ у системі рівнянь (1) є недостатньою,

то числові методи не дозволяють розв'язати задачу оптимізації параметрів ВКРП повною мірою. Тому для моделювання КР підсилювальної системи спектр КР підсилення повинний бути визначений з максимально можливою точністю. З іншого боку, як буде показано нижче, спектроскопічне моделювання частотної залежності коефіцієнта КР підсилення надає можливість визначити форму смуги підсилення для ВКРП не прибігаючи до громіздкого розв'язку системи зв'язаних рівнянь.

У процесі ВКР стоксово зміщені частоти розташовуються в межах лінії спонтанного комбінаційного розсіювання від кожної з коливальних мод матеріалу серцевини волокна. У рамках напівкласичного підходу [13], для опису процесу ВКР використовують класичну форму оптичних полів, а молекулярна система розглядається як гармонійний осцилятор під дією зовнішньої сили. Така модель встановлює зв'язок між диференційною поляризовністю ($\partial \alpha_{ij} / \partial q_n$) молекулярних ґраток і комплексною величиною нелінійної поляризовності $\chi^{(3)}$, тобто величиною, що традиційно використовується в нелінійній оптиці:

$$\chi_{ijkl}^{(3)} = \frac{N}{12m\varepsilon_0 V} \frac{1}{\omega_v^2 - \omega^2 + 2i\omega\Gamma} \cdot \sum_n \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial q_n} \left(\frac{\partial \alpha_{kl}}{\partial q_n} \right)^*, \quad (2)$$

де ω_v – незміщена власна частота фононного коливання, ω – кутова частота фонона, Γ – стала згасання для фонона, q_k – нормальна координата, що описує локальний зсув, який виникає під дією залежного від часу електричного поля, m – маса, зв'язана з коливанням, N – кількість осциляторів, що знаходяться в об'ємі взаємодії V, ε_0 – діелектрична стала.

Оскільки оптичні волокна виготовляються з кварцового скла, що є аморфним матеріалом, то тензор четвертого рангу $\chi^{(3)}$ є ізотропним. Тому, $\chi^{(3)}$ містить лише 21 ненульову компоненту, індекси яких рівні між собою – $\chi^{(3)}_{iiii}$ чи з'являються попарно – $\chi^{(3)}_{ijji}$, $\chi^{(3)}_{ijij}$ і $\chi^{(3)}_{iijj}$. Отже, коефіцієнт КР підсилення на стоксовій частоті $\omega_s = \omega_p - \omega_v$ можна записати у вигляді [13]:

$$g_{R} = -\frac{3\omega_{s}}{\varepsilon_{0}c^{2}n_{p}n_{s}} \frac{\mathrm{Im}[\chi_{ijii}^{(3)} + \chi_{ijji}^{(3)}]}{2A_{eff}^{ps}}.$$
 (3)

Припускаючи, що поляризовність третього порядку не залежить від частоти, можна відзначити, що коефіцієнт КР підсилення g_R лінійно залежить від частоти стоксової хвилі, а його частотна залежність описується, в основному, уявною частиною нелінійної поляризовності χ⁽³⁾ у вигляді резонансного знаменника, що виникає у фононного гармонійного осцилятора.

Модель актуальної смуги. У спектроскопії для опису частотної залежності поперечного перерізу КР найчастіше використовують два види функцій *S*(*v*) для форми лінії. Перша з них – лоренцева форма лінії *S*_L(*v*) [3, 10].

$$S_L(v) = \frac{(w/2)^2}{(v-v_0)^2 + (w/2)^2},$$
(4)

де v₀ – центральна частота, а w – повна ширина на половині висоти лінії (FWHM). Цю функцію часто використовують у безлічі спектроскопічних моделей, зокрема і при описі комбінаційного розсіяння.

Зі співвідношень (2) і (3), частотну залежність *S*(*v*) для КР підсилення можна записати у вигляді:

$$S(v) = -\operatorname{Im}\left[\frac{1}{v_0^2 - v^2 + iv\gamma}\right] = \frac{v\gamma}{(v_0^2 - v^2)^2 + v^2\gamma^2},$$
 (5)

де v – хвильові числа ($v_0 = \omega_v / 2\pi c$, $v = \omega / 2\pi c$ і $\gamma = \Gamma / \pi c$), причому γ приблизно дорівнює значенню FWHM для S(v). Нормована функція $S_R(v)$ – це функція форми лінії, що є безрозмірною, і її можна представити у вигляді:

$$S_R(v) = \gamma v_0 S(v)$$
$$S_R(v_0) = 1.$$

Оскільки профіль КР підсилення на стоксовій хвилі в процесі ВКР повторює форму лінії фононних коливань матеріалу волокна, то, як випливає з (2) і (3), функції форми лінії $S_L(v)$ і $S_R(v)$ можуть бути застосовані для моделювання частотної залежності КР підсилення. Як видно з рис. 1, при рівних параметрах лоренцева форма $S_L(v)$ лінії дуже близька до нормованої кривої $S_R(v)$ для фононного гармонійного осцилятора майже у всій ділянці значень, особливо при $v_0 >> w, \gamma$. Тому функцію $S_R(v)$ для фононного гармонійного осцилятора зі згасанням найчастіше неправомірно називають лоренцевою функцією. Строго говорячи, це не цілком коректно, оскільки саме функція виду (4) історично названа лоренцевою і, як можна помітити з рис. 1 і 2, вона трохи відрізняється від функції $S_R(v)$ для фононного гармонійного осцилятору (5). Функція $\,S_R^{}(
u)\,$ має деякий зсув центральної частоти, пов'язаний зі згасанням фонона, на відміну від функції $S_L(v)$. Величина зрушення зростає із зростанням у, оскільки максимум лоренцевої функції дорівнює одиниці при v_0 ($S_L(v_0)$ =1) і не залежить від у. Більша відмінність виявляється в ділянці низьких частот, як видно на рис. 2. На відміну від осциляторної функції ($S_R(0) = 0$), лоренцева функція не дорівнює нулю при v = 0.





Невеликі відмінності в ході кривих $S_L(v)$ і $S_R(v)$ мають місце і в довгохвильовій області. Проте інтегральні інтенсивності обох профілів при $v_0 >> w, \gamma$ залишаються практично рівними між собою. Оскільки осциляторна функція $S_R(v)$ природним чином виникає з загальноприйнятої теорії КР підсилення, тому саме їй ми віддаємо перевагу для подальшого моделювання.

На рис. 3,а та 3,б представлені результати експериментальних вимірювань перерізів КР для волокон з різними концентраціями GeO₂ [4], а також результат апроксимації стоксової КР лінії з 20 мол. % GeO₂ за допомогою функції форми лінії $S_R(v)$ (штрихова пінія на рис. 3,б), відповідно. Як можна бачити з рис. 3,б, умова найкращої відповідності модельної кривої експериментальним даним за частотною залежністю КР підсилення у високо Ge-легованих волокнах досягається, коли значення незміщеної резонансної частоти фонона (v_0) і сталої згасання фонона (γ) у функції $S_R(v)$ фононного гармонійного осцилятора становлять відповідно 435 см⁻¹ і 130 см⁻¹.

Для оцінки точності апроксимації ми використовували значення середньоквадратичного відхилення $\sigma^2 = [S_R(v) - S_{exp}(v)]^2 / S_{exp}^2(v_0)$ осциляторної функції форми лінії $S_R(v)$ від експериментальної кривої профілю підсилення $S_{exp}(v)$, що показаний на рис. 3,b. Слід зазначити, що в діапазоні хвильових чисел від 100 см⁻¹ до 600 см⁻¹ значення $\sigma^2 < 1$ %, а її середнє значення становить $\sigma^2 = 0,2$ %. Крім цього, гарна відповідність результатів запропонованого моделювання експериментальним даним підтверджується тим, що різниця інтегральних інтенсивностей обох профілів підсилення не перевищує 0,8 % для розглянутої смуги підсилення.

Ми застосували ці результати до моделювання процесів підсилення в КР підсилювачах. Модель заснована на аналізі спектра КР підсилення й у визначенні параметрів основного осцилятора для коливань, які втягнуті у процес ВКР. Для будь-якого матеріалу домішок, що дає одну домінантну коливальну моду в КР, функція $S_R(v)$ форми лінії вимагає визначення двох параметрів – центральної частоти коливання і константи згасання. У багатьох випадках, при аналізі складних спектрів з





багатьма перекривними лініями коливань виявляється доцільним використовувати одну актуальну смугу, що була б еквівалентною впливу декількох спектральних смуг. Реальний складний спектр заміняється одним спектральним компонентом, що дає максимальну апроксимацію спектрального профілю й інтегральної інтенсивності. Отриману в результаті спектральну компоненту з відповідною функцією форми лінії $S_R(v)$ будемо іменувати актуальною смугою для реального спектра. Відзначимо, що концепція актуальної смуги досить часто використовується в спектроскопії. Наші очікування її корисності при аналізі та синтезі спектра КР підсилення. що отриманий за схемою з багатохвильовим накачуванням, виявилися значною мірою виправданими за результатами наступного моделювання. Слід також зазначити, що наближення актуальної смуги дозволяє одержати дуже гарну криву апроксимації спектра КР підсилення в Ge-легованих волокнах, як видно з рис. 3, але відповідність є помітно гіршою для випадку волокон з чистого плавленого кварцу.

Грунтуючись на моделі актуальної смуги при КР підсиленні, нами отримано спектри підсиленого спонтанного випромінювання (ПСВ) для зіставлення з експериментальними даними за вимірами профілю ефективного коефіцієнта шуму по довжині хвилі [12]. На рис. 4 представлені результати розрахунку спектрів ПСВ (суцільна лінія) за опублікованими даними для КР підсилювача, що перекриває обидва C + L телекомунікаційні вікна, і що використовує накачування на 6 довжинах хвиль. Для порівняння з результатами розрахунку експериментальні дані по ефективних коефіцієнтах шуму з [12] нанесені крапками з пунктирними лініями на рис. 4. В експерименті використовувались шість довжин хвиль накачування: 1428, 1445, 1466, 1480, 1494 і 1508 нм, а потужності накачок становили відповідно 338, 215, 83, 30, 19 і 39 мВт [12]. Вибір довжин хвиль накачок визначався умовою рівномірного розподілу потужності накачування за оптичними частотами. Вирівнювання коефіцієнта підсилення сигналу здійснювалося шляхом практичного підбору розподілу потужності накачування, причому більш довгохвильові спектральні компоненти накачування потрібно було використовувати в режимі зниженої потужності, лише трохи вище лазерного порога.

Передумови для моделювання були такими. При однорідному розподілі оптичного шуму і сталому коефіцієнті підсилення за сигналом спектральна щільність ПСВ на виході ВКРП повинна повторювати форму профілю КР підсилення на вході. Ми розрахували профіль смуги підсилення, ґрунтуючись на вищенаведених даних по довжинах хвиль і потужностям компонент накачування, взятим з роботи [12]. Саме розподіл ПСВ за смугою підсилення створює частотну залежність коефіцієнта шуму (КШ) всередині смуги ВКРП. Оскільки за експериментальними умовами роботи [12] нерівномірність підсилення підтримувалася на мінімальному рівні, то спектральна форма КШ буде пропорційною до розподілу ПСВ на виході ВКРП. Як можна помітити з рис. 4, наявна гарна відповідність залежності відносної потужності ПСВ від довжини хвилі експериментальним даним за вимірами КШ у ВКРП. Дійсно, вздовж С+L-смуг нахил розподілу ПСВ становить ~7 дБ. Це ж значення спостерігається для нахилу розподілу КШ (приблизно 7 дБ) для усіх використовуваних довжин волокна – 60 км, 100 км і 140 км, що видно з рис. 4.



Рис. 3. Експериментальні вимірювання поперечного перерізу КР у германосілікатному склі відносно чистого кварцу [4] (суцільні лінії) (а) та апроксимація стоксової лінії КР для 20 мол. % GeO₂ функцією S_R(v) (штрихована лінія) (б)

Експериментальні дані, представлені на рис. 4, отримані для розподіленого КР підсилювача в оптичному волокні типу True-Wave RS [12]. Проте гарна відповідність ходу розрахункової кривої для підсиленого спонтанного випромінювання до виміряних кривих для коефіцієнта шуму реального підсилювача вказує на застосовність моделі актуальної смуги для оцінки шумових параметрів КР підсилювачів і виконання інженерних розрахунків.

Проведений аналіз дозволяє зробити деякі якісні висновки щодо шумових параметрів ВКРП. Очевидно, основна частина шуму ВКРП формується на відрізку волокна поблизу джерела накачування, оскільки в ньому потужність накачування має максимальне значення. В міру поширення за волокном загальна потужність накачування згасає, накачування поступово починає виснажуватися і його потужності не вистачає для ефективної генерації ПСВ. На це вказує той факт, що середній нахил розподілу КШ залишається практично сталим і майже не залежить від довжини волокна на ділянці підсилення і саме тому перепад КШ на краях смуги такий же як і в розподілі ПСВ, показаному на рис. 4. Таким чином, модель актуальної смуги дозволяє не лише оцінити смугу підсилення ВКРП, але й одержати інформацію про механізм формування шумових властивостей реальних волоконно-оптичних підсилювачів.

Слід зазначити, що спектроскопічну модель можна уточнити природним чином і зробити її застосовною для спектрів довільної складності, якщо використати для обчислень модель кількох коливальних мод з відповідним набором апроксимуючих функцій для кожного з фононних коливань, що беруть участь у процесі ВКР.

L-вікно

С-вікно







Рис. 5. Смуга ВКРП з накачкою на 4 ЛД, що розрахована в рамках моделі актуальної смуги. У L-смузі спад підсилення становить більше ніж 10 дБ

Результати моделювання. Спектроскопічна модель дозволяє безпосередньо оцінити смугу підсилення ВКРП з декількома джерелами накачування дуже простим способом. Використовуючи запропоновану модель, легко отримати смугу підсилення ВКРП, не використовуючи розв'язок системи зв'язаних рівнянь, а також представити результати в наочному графічному вигляді. Запропоновану спектроскопічну модель використано в [6] для тестового аналізу наявного промислового зразка ВКРП з чотирма накачками (1426, 1436, 1456 і 1466 нм), що дозволяє одержати максимальну потужність накачування до 300 мВт від кожного лазерного діода (ЛД). На рис. 5 представлена розрахункова смуга цього ВКРП, ширина якої за рівнем 1 дБ становить 50 нм у діапазоні від 1520 до 1570 нм, причому нерівномірність підсилення міститься в межах 0,5 дБ у робочій смузі 1528-1562 нм. Результати розрахунку на основі запропонованої моделі знаходяться в повній відповідності до чисельних даних, наданих виготовлювачем підсилювача. Проведене тестове моделювання показує, що в робочій смузі ВКРП, розташованій від 1528 нм до 1562 нм можна одержати нерівномірність підсилення в межах 1 дБ, що безпосередньо видно на рис. 5.

Як видно з рис. 5, цей 4λ підсилювач в ділянці L-смуги має спад коефіцієнта підсилення більш, ніж 10 дБ, який не можна усунути шляхом регулювання потужності накачок, і тому його не можна застосувати для підсилення сигналів в довгохвильовому телекомунікаційному вікні. Однак, як відомо з практичного досвіду, у процесі роботи розподіленого КР підсилювача потужності накачування на кожній більш довгій хвилі зростають в міру поширення за рахунок добору потужності від більш короткохвильових накачок. Тому для вирівнювання коефіцієнта підсилення ВКРП, що працює за схемою з кількома накачками, у довгохвильових накачках необхідно використовувати тільки близько 10 % від максимальної потужності.

Частину потужності, що не була використована, яка залишилася у довгохвильових компонентів накачки від лазерних діодів, ми запропонували застосувати для генерації додаткових джерел накачування за допомогою багаточастотного волоконного КР лазера з резонаторами на основі волоконних брегівських ґрат. Прове-

Рис. 6. Схема джерела 6λ накачки для ВКРП з розширеною смугою підсилення на L-діапазон. ВБГ – волоконні брегівські гратки; ліворуч ВБГ з повним відбиттям (П), а вихідні (В) ВБГ мають регульоване пропускання

Потужність накачування $P_p(\omega)$, що забезпечує поріг лазерної генерації, можна визначити зі співвідношень [1, 9], що описують її взаємодію з однією спонтанною

дене нами моделювання показує, що смугу підсилення ВКРП можна розширити на L-вікно при використанні всього двох додаткових накачок з довжинами хвиль на 1486 нм і 1510 нм, відповідно. На рис. 6 представлена схема багатохвильового накачування для ВКРП, що містить шість джерел, і дозволяє розширити смугу підсилення на L-діапазон. Вона складається з 4 наявних ЛД накачування (λ_p =1426, 1436, 1456 і 1466 нм) і двох

додаткових резонаторів у КР волокні (на 1486 і 1510 нм), що розширюють смугу підсилення від Сдіапазону до C+L-діапазонів і забезпечують практично необхідний мінімум нерівномірності підсилення.

При моделюванні смуги підсилення ВКРП як частотне положення, так і кількість додаткових накачок можна оптимізувати в інтерактивному режимі, виходячи з заданого критерію по необхідній нерівномірності коефіцієнта підсилення в смузі. Визначення довжин хвиль, на яких необхідно одержати КР лазери для додаткових накачок ВКРП, фактично означає розрахунок геометричних параметрів волоконних брегівських ґрат для КР лазерних резонаторів у схемі на рис. 6.

На рис. 7 показані результати розрахунку ВКРП, що має смугу підсилення понад 100 нм з низьким рівнем нерівномірності підсилення, не більш 0,5 дБ. Нерівномірність підсилення мінімізується відповідним вибором потужності накачування для кожного джерела. Мінімальний рівень нерівномірності може бути зроблений <0,5 дБ в обох C+L діапазонах, якщо ефективні (діючі) значення потужностей для кожної з накачок будуть знаходитися у співвідношенні 0.8: 1.0: 0.75: 0.7: 1.1: 1.5.

Модель актуальної смуги дозволяє не тільки зробити оптимальний розрахунок смуги підсилення ВКРП з довільною кількістю джерел накачування, але й оцінити граничну потужність накачування для КР лазерів, зокрема тих, що застосовуються у запропонованому джерелі накачування. Гранична потужність генерації від джерела накачування досягається тоді, коли вхідна потужність накачування забезпечує таку величину чистого підсилення спонтанного стоксового випромінювання, що перевищує значення втрат у волокні $\alpha_{\rm e}$.



Рис. 7 Результат моделювання ВКРП з широкою смугою підсилення більше 100 нм і малою нерівномірністю <0,5 дБ. Діючі значення накачок знаходяться у співвідношенні 0.8: 1.0: 0.75: 0.7: 1.1: 1.5

стоксовою хвилею, унаслідок чого виникає генерація вимушеного випромінювання з потужністю *P*_s(ω). Для хвилі, що біжить у **Z**-напрямку волокна, підсилення стоксової потужності ($dP_s(z)/dz > 0$) настає за умови [9]:

$$P_p(\omega) \ge \frac{\alpha_s A_{eff}}{g_r(\omega)}.$$
 (6)

Оскільки запропонована спектроскопічна модель дозволяє визначити явний вид функції $g(\omega)$ для конк-

ретного оптичного волокна, то тим самим ми можемо розрахувати граничну потужність накачування $P_p^{thr}(\omega) = \alpha_s A_{eff} / g_r(\omega)$, що забезпечує КР лазерну генерацію практично на довільній довжині хвилі в межах всього діапазону стоксового зсуву від накачки в заданому оптичному волокні.



а) Рис. 8. Залежності порога КР генерації від довжини хвилі в Ge-легованих волокнах (а) для різних довжин хвиль накачки (б) для різних втрат у волокні. *g_{max}* (GeO₂ КР волокно) = 6,1 (Вт·км)⁻¹ [2]

Таблиця 1	. Порогові пот	ужності накачки на 🛙	λρдля КР	лазерної і	генерації на λ
-----------	----------------	----------------------	----------	------------	----------------

Накачка	Порогові потужності					
7.p, WIKW	1,486 мкм 1,510 мкм					
1,426	42,6	9,7				
1,436	69,6	20,3				
1,456	144,0	62,7				
1.466	190.9	93.9				

На рис. 8 представлено залежності порога КР генерації від довжини хвилі в стоксовій області, (а) для всіх наявних довжин хвиль ЛД накачок при втратах у волокні, що дорівнюють 0,2 дБ/км і (б) для накачки з довжиною хвилі 1426 нм при різних значеннях власних втрат у КР волокні, відповідно. При розрахунках використаний параметр $g_{\rm max} = 6,1 ({\rm Bt} \cdot {\rm Km})^{-1}$, що відповідає Geлегованому КР волокну, яке звичайно використовується як активне середовище для КР лазерів.

У табл. 1 наведені числові значення потужностей кожної з ЛД накачок, які забезпечують поріг КР лазерної генерації на обох додаткових довжинах хвиль у розширеному джерелі накачування з використанням резонаторів на волоконних дифракційних ґратках. Дані розрахунку свідчать, що запропонований двочастотний волоконний КР лазер з резонаторами на основі волоконних брегівських ґраток можна накачати від кожного з наявних ЛД окремо, що забезпечує максимальну вихідну потужність до 300 мВт.

Таким чином, використання моделі актуальної смуги дає гарну відповідність до практичних результатів застосування ВКРП у стандартних волокнах, що призначені для зв'язку, і які мають серцевину з домішками Ge. Ґрунтуючись на запропонованій моделі, ми одержуємо можливість проектування різних схем ВКРП із широкою смугою підсилення, що перекриває як C-, так L-діапазон із застосуванням багатохвильових джерел накачування на напівпровідникових лазерних діодах та/чи волоконних КР лазерах.

Висновки. Розглянуто спектроскопічну модель для проектування ВКРП, що працюють за схемою багато хвильового накачування. Запропонована модель заснована на фундаментальній теорії КР підсилення в оптичних волокнах. Введені в практику проектування функції форми лінії $S_R(v)$ для фононних осциляторів, що дозволяють просто і безпосередньо описати залежність КР підсилення в оптичних волокнах від довжини хвилі, Вони виявляються дуже корисними для виконання розрахунків смуги підсилення, лазерної КР генерації, шумових параметрів і самого процесу підсилення у волоконних КР підсилювачах. Концепція актуальної смуги, що побудована на функції форми лінії $S_R(v)$ для фононного осцилятору, істотно спрощує процес проектування вКРП зі схемою багатохвильовим накачуванням і робить сам процес дуже наочним. Як практичні результати моделювання в рамках моделі актуальної смуги нами отримані параметри волоконних дифракційних ґраток і порогів КР лазерної генерації в Ge-легованих оптичних волокнах, що складають розрахункову основу створення комбінованого типу волоконного КР підсилювача. Крім цього, застосування нашого моделювання до реальних ВКРП дозволяє одержати істотну інформацію про природу виникнення і механізм формування шумових параметрів оптичних КР підсилювачів. Запропонована модель може бути адаптована і потім поширена для аналізу процесів ВКР у волокнах з іншими легуючими домішками та складним спектральним складом.

1. Agrawal G.P. Nonlinear Fiber Optics. Second ed. // San Diego, CA: Academic. – 1995. 2. Bromage J., Rottwitt K., Lines M.E. A method to predict the Raman gain spectra of germanosilicate fibers with arbitrary index profiles // IEEE Photon. Technol. Lett. – 2002. – Vol. 14, № 1. 3. Dakss M.L., Melman P. Amplified Spontaneous Raman Scattering and Gain in Fiber Raman Amplifiers // J. Lightwave Technology. – 1985. – Vol. LT-3, № 4. 4. Davey S.T., Williams D.L., Ainslie B. J. Optical gain spectrum of GeO₂–SiO₂ Raman fiber amplifiers // IEE Proc.– 1989. – Vol. 136, № 6. 5. Felinskyi G.S., Korotkov P.A. Actual band model for

УДК 530,145; 539,2

design of optical fiber Raman amplifier with multiwave pumping // in Proc. 2-nd Int. Conf. on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL 2005), Yalta, Ukraine, September 12–17, 2005, (NURE Kharkiv, IEEE CN 05TH8809, Vol. 2, 2005). 6. Felinskyi G.S., Korotkov P.A. Simulation of multiwave pumped fiber Raman amplifiers // Sem. Phys. Quant. Electr. and Optoelectr. – 2006. – Vol. 9, N 3. 7. *Islam M.N.* Raman Amplifiers for Telecommunications // IEEE J. Sel. Top. Quant. Electr. – 2002. – Vol. 8, № 3. 8. *Kidorf H., Rottwitt K., Nissov M.et al.* Pump interactions in 100 nm bandwidth Raman amplifier // IEEE Photon. Technol. Lett. - 1999. - Vol. 11, № 5. 9. Коротков П.А., Фелінський Г.С. Волоконні ВКР лазери неперервної дії // УФЖ. Огляди. – 2006. – Т. 3, № 2. 10. Loudon R. The Quantum Theory of Light. Second ed. // Clarendon Press, Oxford. -1983 11. *Mandelbaum I., Bolshtyansky M.* Raman Amplifier Model in Single-Model Optical Fiber // IEEE Photon. Technol. Lett. – 2003. –Vol. 15, № 12. 12. Mermelstein M.D., Horn C., Radic S., Headley C. Six-wavelength Raman fibre laser for C- and L-band Raman amplification and dynamic gain flattening // Electron. Lett. - 2002. -Vol. 38, № 13. 13. Rottwitt K., Bromage J., Stentz A.J.et al. Scaling of the Raman Gain Coefficient: Applications to Germanosilicate Fibers // J. Lightwave Technol. - 2003. -Vol. 21, № 7. 14. Xiao P., Zeng Q., Huang J., Liu J. A New Optimal Algorithm for Multipump Sources of Distributed Fiber Raman Amplifier // IEEE Photon. Technol. Lett. - 2003. - Vol. 15, № 2. 15. Yan M., Chen J., Jiang W.et al. Automatic Design Scheme for Optical-Fiber Raman Amplifiers Backward-Pumped With Multiple Laser Diode Pumps // IEEE Photon. Technol. Lett. – 2001. – Vol. 13, № 9.

Надійшла до редколегії 17.09.07

М. Максюта, канд. фіз.-мат. наук

КОРПУСКУЛЯРНО-ХВИЛЬОВИЙ ДУАЛІЗМ З ТОЧКИ ЗОРУ КРИСТАЛОПОДІБНОГО ПРОСТОРУ

У рамках моделі кристалоподібного (зі структурою гратки типу іонних кубічних кристалів) простору запропоновано фізичну природу корпускулярно-хвильового дуалізму елементарних частинок. Показано, що при русі елементарних частинок у такому пружному кристалічному просторі виникають поляронні хвилі із законом дисперсії, який збігається із законом дисперсії хвиль де Бройля.

In the frame of the model of a crystal-like space (with a grid structure of ion cubic crystal type) it is proposed a physical nature of a wave-corpuscle dualism of elementary particles. It is shown that at elementary particles motion in such an elastic space there arise polaron waves with the dispersion law coinciding with de Broglie law of wave dispersion.

Вступ. Корпускулярно-хвильовий дуалізм, як визначається в [13], є однією з найважливіших універсальних властивостей природи, суть якої полягає в тому, що всім мікрооб'єктам притаманні одночасно і корпускулярні, і хвильові характеристики. Наприклад, фотони, електрони за одних умов поводять себе як частинки, що рухаються по класичних траєкторіях і характеризуються деякою енергією та імпульсом, а за інших умов проявляють свою хвильову природу, характерну для явищ інтерференції та дифракції частинок. Згідно з гіпотезою де Бройля, кожному рухомому об'єкту з енергією є та імпульсом \vec{p} відповідає хвиля з частотою $\omega = \varepsilon/\hbar$ і хвильовим вектором $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$, а з довільною хвилею пов'язані частинки з енергією $\varepsilon = \hbar \omega$ та імпульсом $\vec{p} = \hbar k$. На мій погляд, ці незаперечні твердження є лише констатацією експериментальних фактів (в ефекті Комптона було показано, що електромагнітне випромінювання одночасно із хвильовими має й корпускулярні властивості. У дослідах Девіссона та Джермера було показано, що електрони мають хвильові властивості), а природа корпускулярно-хвильового дуалізму, тобто відповіді на питання: яким чином частинка (локальний згусток енергії) проявляє хвильові (делокалізація енергії) властивості, не дається. Натомість у квантовохвильовому дуалізмі вбачається внутрішнє протиріччя, оскільки для пояснення різних явищ, що відбуваються з одним і тим самим об'єктом (наприклад, електроном), використовуються гіпотези як про його корпускулярну, так і хвильову природу. Очевидно, що причина цього протиріччя, у першу чергу, прихована в нереалістичних уявленнях про частинки (як матеріальні точки, що рухаються по класичних траєкторіях) і хвилі (поля з плоскими необмеженими фронтами). Можна сказати, що в рамках квантово-польового підходу це протиріччя частково знімається. Дійсно, з одного боку, опис руху мікрочастинки за допомогою хвильової функції (див., наприклад, [5]) дозволяє формально уникнути протиріччя з корпускулярними уявленнями (перебування частинки одночасно в кількох різних станах). З іншого боку, завдяки переходу від класичних полів (механічних систем із нескінченною кількістю ступенів вільності) до квантових за допомогою процедури квантування (див., наприклад, [2]), частинки вважаються збудженими станами цих квантових полів. При цьому, взаємодії між частинками відповідає взаємодія їхніх полів як при нерелятивістському, так і при релятивістському русі. Щоб зрозуміти фізичну суть корпускулярно-хвильового дуалізму, залишається з'ясувати природу квантових полів.

У даній роботі розгляд проводиться на основі тих гіпотез, які стверджують, що квантування мас і полів спричинюється дискретністю простору-часу [3]. Це означає, що не тільки частинки (корпускули) є збудженими станами періодичного простору, але й поля (хвилі), за допомогою яких здійснюється передача енергії взаємодії між частинками, теж є збудженнями цього простору. Спираючись на модель кристалічного простору зі структурою гратки типу NaCl (див., [6]), а також на модель електрона, обґрунтування якої буде надано далі, розкривається природа й самого корпускулярно-хвильового дуалізму, як розвиток ідеї, висловленої вперше в [8].

Від структури електрона до природи хвиль де Бройля. Як показано в [12], при русі електрона в іонному кристалі виникає самоузгоджена ситуація: унаслідок взаємодії електрона з протилежно зарядженими іонами © Максюта М., 2008 кристала формується його локальний ψ -стан у поляризаційній ямі, яка підтримується $|\psi|^2$ – хмарою електрона. Такий стан називається поляроном. Ця потенціальна яма разом з осцилюючим у ній електроном вільно переміщується по кристалу, утворюючи так звані поляронні хвилі з незвичайним законом дисперсії: енергія хвилі пропорційна квадрату її швидкості.

Оскільки модель кристалічного простору, як уже наголошувалось вище, вибирається зі структурою гратки типу NaCl, то можна провести паралель між рухом електрона провідності у звичайному іонному кристалі та рухом електрона у структурованому аналогічним чином фізичному вакуумі. Це автоматично приводить до природи хвиль де Бройля елементарних частинок: вони пов'язані з поляризацією вакууму й викликані рухом полярона.

Розглянемо детальніше процес виникнення поляронної потенціальної ями для електрона, що перебуває у вакуумі. Відповідно до запропонованої в [6] моделі кристалічного простору, вузлами гратки є праві й ліві торічні вузли з планківськими масами $m_p = \sqrt{\hbar c/G}$, які між собою взаємодіють за модифікованим законом всесвітнього тяжіння $\vec{f}(\vec{r}) = \pm G m_p^2 \vec{r} / r^3$. Припустимо, що у вакуумі виникає локальне збудження, енергетично еквівалентне появі частинки з масою m_p . Воно розподілене в просторі з густиною $n(\vec{r}) = m_{p}\psi^{2}(\vec{r})$ і самоузгодженим чином збурює простір, порушуючи його періодичність, і в результаті цього, викликаючи навколо себе надлишкову масу кристалічного простору з густиною $n'(\vec{r}) = \xi n(\vec{r})$, де параметр ξ обчислюється далі на основі вимоги, щоб ефективна маса максимона збігалася з масою спокою електрона. Потенціальна енергія взаємодії максимона з цією некомпенсованою масою обчислюється таким чином:

$$v(\vec{r}) = -Gm_p^2\xi \int \frac{\psi^2(\vec{r}_1)}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} d\tau_1 .$$
 (1)

Строго кажучи, замість інтеграла (1) необхідно було б розглянути інтеграл

$$v(\vec{r}) = -Gm_p^2 \xi \int \frac{\psi^2(\vec{r}_1)}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} erf(|\vec{r} - \vec{r}|/2u) d\tau_1,$$

де u – амплітуда теплових коливань вузлів простору, але це призвело б до більшої складності математичних розрахунків, не змінюючи, по суті, фізичного змісту поставленої задачі. Зупиняючись на достатньо простій (нормованій) пробній функції $\psi(r) = \sqrt{\alpha^3/\pi} \exp(-\alpha r)$,

за допомогою варіаційного методу виконуємо процедуру мінімізації такого функціонала:

$$J(\psi) = \frac{\hbar^2}{2m_0} \int \left(\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)^2 d\tau + \frac{1}{2} \int v(r) \psi^2(r) d\tau , \qquad (2)$$

у якому враховано, що ефективна маса *m*₀ локалізованого в поляронній ямі максимона дорівнює масі спокою електрона. Підставляючи ψ у (1), після обчислення інтеграла, отримуємо

$$v(r) = -2Gm_p^2 \alpha \xi \left[\frac{1}{\kappa} - \exp(-\kappa)\left(\frac{1}{\kappa} + \frac{1}{2}\right)\right],$$
 (3)

де $\kappa = 2\alpha r$. Підставляючи далі ψ і (3) у (2), із рівняння $\partial J/\partial \alpha = 0$ знаходимо $\alpha_0 = 5m_0 c \xi/16\hbar$, а з рівності $J(\alpha_0) = -m_0 c^2$ отримуємо $\xi = 16\sqrt{2}/5$. Тоді (3) переписуємо у вигляді

$$v(r) = -\frac{64m_0c^2}{5} \left[\frac{1}{\kappa_0} - \exp(-\kappa_0) \left(\frac{1}{\kappa_0} + \frac{1}{2} \right) \right], \quad (4)$$

де $\kappa_0 = 2\alpha_0 r$. На рис. 1 зображені у безрозмірних одиницях κ_0 функція поляронної потенціальної ями $U(r) = v(r)/m_0 c^2$ та енергетичний рівень $E_0 = -m_0 c^2$, який відповідає масі спокою m_0 електрона.



Рис. 1. Поляронна потенціальна яма електрона і енергетичний рівень $E_0 = -m_0 c^2$

Як видно з рис. 1, поляронна потенціальна яма з локалізованим у ній збудженням з енергією $m_p c^2$ має у стані спокою розміри, порівнянні з комптонівською довжиною $\hbar/m_0 c$. Для того, щоб цей стан спокою поляронної ями підтримувався, саме збудження повинно неперервним, ізотропним і спонтанним чином зникати на одних вузлах простору, а потім так само спонтанно відновлюватися в інших вузлах простору. Цей процес міграції збудження пояснюється співвідношенням невизначеностей Гейзенберга, тобто невизначеність просторової локалізації збудження \hbar/m_pc^2 збігається з l_p . На рис. 2 схематично зображено світлими й сірими кружками вузли кристалічного простору, пунктирне коло вказує на середній розмір області полярона, а рівномірно розподілена ламана лінія відображає процес міграції (транспортації) локалізованого збудження з одночасним його впливом на локальну область кристалічного простору.



Рис. 2. Схематичне зображення структури електрона

Необхідно зазначити, що спонтанний процес зникнення й відродження збудження зумовлений нестійкістю самої величини маси m_p , оскільки, як показано в

[11], при взаємодії двох таких мас дефект маси дорівнює такій самі масі. Таким чином, можна сказати, що самолокалізація циркулюючої по завузленому відповідним чином трилиснику порції енергії за рахунок ізотропної міграції на періодично розташованих таких самих циркулюючих по різнотипним завузленостях скомпенсованих потоків енергії й є те, що можна назвати електроном, який перебуває у стані спокою.

Нехай тепер поляронна яма рухається з деякою швидкістю v уздовж осі z. Як це виконується в теорії каналювання (див., наприклад, [1]), можна обчислити спрямний одновимірний потенціал взаємодії, діючий на рухомий максимон, за допомогою процедури усереднення потенціалу (4) по координатах y і z. Дійсно, потенціал $\phi(r) = v(r)/m_p$ можна вважати одночастин-

ковим потенціалом, який створюється деяким фіктивним нейтральним атомом, центр якого збігається із центром полярона. Нейтральність тут розуміється в тому сенсі, що в області, яка бере участь у створенні поляронної ями, відбувається збалансування потоків енергії, циркулюючих у вузлах простору по правих і лівих завузленостях (про можливість існування таких завузленостей див., наприклад, в [10, 14]). У роботах [7, 15] при встановленні фізичної суті електричних зарядів вважалося, що за знаки зарядів відповідають типи вузлів (праві й ліві трилисники), а величина заряду (наприклад, одного якого-небудь вузла) була отримана в результаті розрахунку енергії взаємодії з усіма оточуючими періодично розташованими різнотипними вузлами простору. Таким чином, поляронний потенціал $\phi(r)$ має екрануючу природу, як і екранований кулонівський потенціал для звичайних нейтральних атомів [1]. Повертаючись до процедури усереднення потенціалу v(r) по площині yz, необхідно зауважити, що коректне її виконання можливе лише при врахуванні змінної густини розподілу надлишкової маси. Цю залежність знаходи-

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0\gamma}\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dz^2}\right)-\frac{U_0\gamma}{ch^2\left(x\gamma/b_0\right)}\right]$$

Оскільки рух у поздовжньому напрямку вільний, розв'язок рівняння (7) шукаємо у вигляді

$$\Psi_{0k}(x,z,v) = \Phi_0(x,v)\exp(ikz).$$
(8)

мо, інтегруючи функції n'(r) по поперечній координаті x. У результаті отримуємо

$$n'(\rho) = \frac{2\xi \alpha_0^3}{\pi} \rho K_1(2\alpha_0 \rho), \qquad (5)$$

де *K*₁(*x*) – функція Макдональда, ρ – полярна відстань у площині *yz*. Підставляючи далі вираз (5) у формулу

$$V(x) = 2\pi \int_{0}^{\infty} n'(\rho) v\left(\sqrt{x^2 + \rho^2}\right) \rho d\rho , \qquad (6)$$

можна знайти точний вираз для потенціалу (6), який наведено в роботі [9]. Слід зазначити, що власні значення рівняння Шредінгера з цим потенціалом для частинки з масою m_p приводять до спектра лептонів, тоб-

то дають точні значення мас уже відомих лептонів (електрон, мюон і τ-лептон) і передбачають існування великої кількості нових лептонів (див. [9]). Ці факти є яскравим підтвердженням правильності побудованої моделі електрона на основі розгляду моделі кристалоподібного простору. Для подальшого якісного аналізу корпускулярнохвильового дуалізму замість потенціалу (6) доцільно скористатися апроксимаційним потенціалом виду

$$U(x) = -U_0/\operatorname{ch}^2(x/b_0).$$

Оскільки при збільшенні швидкості електрона його маса зростає за законом $m(v) = m_0 \gamma$ (γ – лоренцфактор) і при цьому його індивідуальність не порушується, то усереднений одновимірний потенціал взаємодії має бути таким, щоб у ньому при довільній швидкості існував тільки один енергетичний рівень, який саме і відповідає ефективній динамічній масі m(v). Як буде показано далі, така ситуація реалізується тільки в тому випадку, якщо сам потенціал стає залежним від швидкості електрона: $U(x,v) = U_0 \gamma / ch^2 (x\gamma / b_0)$. Під ці вимоги можна підвести додаткові фізичні аргументації, пов'язані з еволюцією структури полярона зі зростанням швидкості його поступального руху. По-перше, більш рухоме в одному напрямку збудження викликає в місцях його проходження, за рахунок більшої збурюючої спроможності, більшу надлишкову некомпенсовану масу кристалоподібного простору, що приводить до збільшення глибини потенціальної поляронної ями. По-друге, унаслідок більшої рухливості збудження менша кількість вузлів кристалічного простору встигає прореагувати з ним, що призводить до зменшення просторового розміру полярона. І, по-третє, що органічно пов'язано з двома першими змінами, маса максимона екранується менше – це еквівалентно зростанню ефективної маси електрона.

Стаціонарне двовимірне рівняння Шредінгера з ефективною масою $m_0\gamma$ і динамічним одновимірним потенціалом U(x, v) записується у вигляді

$$\Psi_{0k}(x,z,v) = E_{0k}(v)\Psi_{0k}(x,z,v).$$
(7)

Підставляючи (8) у (7) і розв'язавши далі одновимірне стаціонарне рівняння Шредінгера для функції $\Phi_0(x,v)$ (див., наприклад, [5]), знаходимо власну функцію $\Psi_{0k}(x,z,v)$ і відповідне їй власне значення $E_{0k}(v)$:

$$\Psi_{0k}(x,z,v) = \frac{1}{\sqrt{L(v)}} \frac{1}{2^{s}} \left[\frac{2\gamma}{b_{0}B(s,s)} \right]^{1/2} \frac{1}{ch^{s}(x\gamma/b_{0})} \exp(ikz),$$
(9)

$$E_{ok}(v) = -\frac{\hbar^2 s^2 \gamma}{2m_0 b_0^2} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0 \gamma},$$
 (10)

де
$$s = 2^{-1} \left[-1 + \left(1 + 8m_0 b_0^2 U_0 / \hbar^2 \right)^{1/2} \right]$$
, B (s,s) – бета-

функція, $L(v) = L_0 / \gamma$ – лінійний розмір області кристалічного простору в напрямку осі *z*, що бере участь у формуванні полярона, L_0 – лінійний розмір полярона, що перебуває у стані спокою.

Вираз (9), як і в роботі [6], можна назвати поляронною хвилею. Крім того, необхідно зауважити, що z-компонента хвильового вектора $\vec{k} = k\vec{e}_z$ набуває значення $k \equiv k(v) = 2\pi m/L(v)$, де $m = 0, \pm 1, \dots$. Очевидно,

що суперпозиція хвиль (9) з близькими значеннями *k* утворює хвильовий пакет, який (див. (10)), рухається з груповою швидкістю

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E_{0\vec{k}} \left(\vec{v} \right) = \frac{\hbar k}{m_0 \gamma}.$$
 (11)

Це відповідає класичній швидкості руху полярона з масою $m_0\gamma$, тобто другий член у формулі (10) записується у вигляді $m_0\gamma v^2/2$, що являє собою кінетичну енергію поступального руху полярона. Звідси видно, що поляронна хвиля електрона, яка виникає в процесі руху потенціальної ями полярона, має такий самий закон дисперсії, як і хвиля де Бройля. Цей результат тепер можна поширити й на всі інші елементарні частинки, зазначивши, що природа їхніх хвиль де Бройля пов'язана з поляризацією кристалоподібного простору зі структурою гратки типу NaCl.

Таким чином, можна стверджувати, що хвиля де Бройля електрона (та інших елементарних частинок) є не математична абстракція (хвиля ймовірності), а реально існуюча поляронна хвиля, викликана переміщенням поляронної потенціальної ями в реально існуючому пружному кристалоподібному вакуумі. Тобто математичний опис необхідно виконувати за допомогою формалізму амплітуд імовірностей, не ототожнюючи при цьому символи з тим, що описується цими символами. Якщо продовжувати далі, то такий підхід повною мірою справедливий і при розгляді руху електронів навколо ядер в атомах. Хвильові функції, як амплітуди ймовірності, описують реально існуючі стоячі хвилі оточуючого кристалоподібного простору, збудженнями якого, зокрема, є ядра та електрони (і всі існуючі елементарні частинки).

Від природи корпускулярно-хвильового дуалізму до структури фотона. На основі отриманих результатів перейдемо до з'ясування природи корпускулярнохвильового дуалізму. Як було показано вище, збудження з локалізованою (в області, близькій до планківської довжини $l_p = \sqrt{\hbar G/c^3}$) енергією $m_p c^2$, що відповідає енергії спокою вузлів кристалоподібного простору, мігрує по обмеженій області простору у вигляді хвилі, блукаючої в різних напрямках (див. рис. 2), порушуючи при цьому періодичність структури простору в цій обмеженій області, що й стає причиною виникнення та подальшої локалізації збудження в області, близькій до комптонівської довжини $l_c = \hbar/m_0 c$. Енергія, яка приводить до локалізації енергії $m_p c^2$, називається ефективною й дорівнює $m_0 c^2 \gamma$. Таким чином, локальність руху, що асоціюється з корпускулою, спричинює порушення періодичності кристалоподібного простору і, як наслідок, виникає делокалізованість руху, що асоціюється з хвилею. Далі цей делокалізований рух за допомогою локалізованого руху, як його причини, теж локалізується у вигляді полярона (корпускулярність на іншому ієрархічному рівні), який, у свою чергу, при переміщенні викликає в просторі поляронну хвилю (делокалізованість на іншому ієрархічному рівні). Таким чином, адекватне сприйняття корпускулярно-хвильового дуалізму можливе лише за допомогою третього основного чинника – кристалоподібного простору зі структурою типу NaCl.

Розглянемо тепер розуміння корпускулярнохвильового дуалізму у випадку електромагнітного поля. Для цього почнемо з розгляду еволюції в кристалоподібному просторі надлишкової маси, значно меншої ніж m_p ,

тобто можна сказати, такої маси, яка залишається в поляронній ямі після видалення маси m_p . Оскільки окремо взяті вузли простору можуть випромінювати або поглинати порції (кванти) маси лише величиною m_p ,

при виникненні значно меншої маси (унаслідок компенсаційного механізму протилежно направлених потоків мас на різнотипних вузлах простору) бере участь велика кількість вузлів простору, тобто збудження з самого початку має тенденцію в якомусь напрямку делокалізуватись. Наприклад, це можливо уявити за допомогою двох взаємно узгоджених процесів. Перший з них пов'язаний зі зникненням надлишкової маси (енергії) в одній області простору й відповідно до появи її в сусідній, іншій області простору з просторовим періодом, який збігається з лінійним розміром тієї області простору, що дає внесок у генерацію надлишкової маси. Цей лінійний розмір називається довжиною хвилі й позначається символом λ. Очевидно, що цей процес відбувається з кінетичною енергією $E_k = \hbar \omega$, де $\omega = 2\pi c/\lambda$. Другий процес, який є наслідком першого, приводить до виникнення спрямного одновимірного поляризаційного потенціалу W(x) (вибираємо випадок лінійної поляризації), у якому існує один зв'язаний стан з енергією $E_0 = -\hbar\omega/2$, тому що тільки в цьому разі повна енергія поширення не скомпенсованого збудження кристалічного простору дорівнює $E = \hbar \omega/2$ (енергія нульових коливань вакууму).

На рис. 3 схематично показано процес передачі збудження від однієї області простору, у якій порушується його періодичність у поперечному напрямку (лівий затушований еліпс) іншій ще періодичній ділянці простору (правий не затушований еліпс). Слід зазначити, що порушення періодичності в поперечному напрямку викликає напруження в цьому напрямку, що можна вважати наочним поясненням існування поперечних електромагнітних хвиль.

Таким чином, передача збудження (надлишкової розподіленої по багатьом вузлам кристалічного простору маси) від однієї ділянки простору (асоціація з корпускулярністю) наступній (процес поширення хвилі) й є те, що називається фотоном, самолокалізованим у поперечному напрямку енергією поздовжнього руху.

Рис. 3. Схематичне зображення структури фотона

Запишемо двовимірне рівняння Шредінгера для квазічастинки з масою $m = \hbar \omega / 2c^2$ і потенціалом W(x):

$$\left[-\frac{\hbar c^2}{\omega}\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dz^2}\right) + W(x)\right]\psi_0(x,z) = \frac{\hbar\omega}{2}\psi_0(x,z).$$
(12)

Якщо шукати розв'язок рівняння (12) методом відокремлення змінних, тобто у вигляді $\psi_0(x,z) = \chi_0(x)\phi(z)$, то прийдемо до таких двох рівнянь:

$$-\frac{\hbar c^2}{\omega} \frac{d^2 \chi_0(x)}{dx^2} + W(x) \chi_0(x) = -\frac{\hbar \omega}{2} \chi_0(x), \qquad (13)$$

$$\frac{d^2\phi(z)}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\phi(z) = 0.$$
(14)

Для того щоб можна було аналізувати рівняння (13), необхідно на основі додаткових припущень виразити функцію W(x) через $\chi_0(x)$, як це, наприклад, робиться при розрахунку потенціальної енергії взаємодії максимона з надлишковою масою простору. У результаті, можна отримати інтегродиференціальне рівняння для функції $\chi_0(x)$. Але необхідності в цьому немає, оскільки можна на основі евристичних міркувань стверджувати, що область у поперечному напрямку x, яка бере участь у формуванні потенціальної ями W(x), буде порядку довжини хвилі λ . Рівняння ж (14) – це звичайне рівняння Гельмгольца, рішенням якого є плоска хвиля $\phi(z) \propto \exp(i\omega z/c) = \exp(ikz)$.

Відзначимо важливий момент: при всіх впливах на електрони і фотони все зводиться до зміни геометрії оточуючого їх простору, а, значить і до зміни розподілу надлишкової енергії, яка (як було неодноразово зазначено), вивільняється з вакууму внаслідок порушення його періодичності. За допомогою такого підходу можна пояснити всі існуючі ефекти випромінювання електромагнітних хвиль зарядженими частинками і всі ефекти розсіювання електромагнітного випромінювання на різних перешкодах. Наприклад, розглянемо з точки зору кристалоподібного простору класичний уявний фізичний експеримент Фейнмана (схема Юнга): проходження електронів через дві щілини.

При наближенні до щілин електрон, як показано на рис. 2, являє собою унімодальну поляронну яму. Рухаючись у кристалоподібному просторі, ця яма створює в ньому поляронну хвилю з довжиною $\lambda = \hbar/m_0 \gamma v$. Таким чином, електрон (полярон) опосередковано (через взаємодію з оточуючим простором) характеризується хвильовими властивостями, залишаючись при цьому неподільною корпускулою. При падінні поляронної ями на щілини на них формуються когерентні між собою дві вторинні поляронні хвилі, які відразу ж за щілинами формують інтерференційне поле напруженостей кристалічного простору, що еквівалентно появі нової багатомодальної потенціальної ями. Власне значення в цій ямі має бути таким самим, як і в унімодальній ямі (або близьким), а відповідна йому хвильова функція має бути такою, щоб підтримувалась форма сформованої ями. Необхідно відзначити важливий нюанс. Планківське збудження, яке є серцевиною полярона (електрона) проходить через одну із щілин (при симетричній геометрії це відбувається з імовірністю 0,5), але ця несиметричність процесу на вході щілин майже миттєво нівелюється після проходження щілин, оскільки планківське збудження, потрапляючи в підготовлену поляронною хвилею поляронну яму, розподіляється в ній симетрично (складається враження, що електрон розпадався на дві частини). Ще один момент. Поляронні хвилі (провісники, проміжні між хвилями де Бройля та електромагнітними хвилями), які йдуть від щілин, мають дещо більшу швидкість, ніж поляронні хвилі (хвилі де Бройля) до щілин, що й дозволяє планківському збудженню встигнути стати серцевиною в новій багатомодальній ямі. За допомогою великої кількості електронів ці реально існуючі поляронні хвилі можна відтворити на екрані у вигляді інтерференційної картини.

Таким чином, з точки зору кристалоподібного простору, проходження електронів через дві щілини, поперше, узгоджується зі здоровим глуздом, по-друге, не протирічить квантовій механіці, і, по-третє, у зовсім новому світлі постає проблема корпускулярнохвильового дуалізму.

Висновки. Особливістю розглядуваної проблеми є її взаємозв'язок з низкою не менш важливих інших задач. Розкриваючи природу корпускулярно-хвильового дуалізму, одночасно необхідно говорити й про структуру електрона, і про структуру фотона, уявляючи при цьому перед собою структуру оточуючого кристалоподібного простору, починаючи з планківського масштабу. Таким чином, з багатьох прикладів видно, що кристалічний простір є головним об'єктом дослідження, який постає різнопланово. Він є і сценою, на якій розігрується явище корпускулярно-хвильового дуалізму, проявляються структури електрона і фотона; і безпосереднім виконавцем, підтримуючи корпускулярність у поєднанні з хвилеподібністю, утворюючи навколо планківського збудження електрона (яке також можна добути з нього) кулонівське поле – прояв невичерпного джерела скомпенсованої енергії вакууму, створюючи сприятливі умови для каналювання збудження по ньому ж у вигляді потоку фотонів. Він (див. роботу [7]) є однією із форм матерії, на фоні якої існують усі інші форми (наприклад поля і частинки), які можна описати за допомогою відповідних тензорів енергії-імпульсу (див. [4]).

Необхідно підкреслити, що за допомогою моделі кристалоподібного простору зі структурою гратки типу NaCl можна проаналізувати багато й інших задач. Наприклад, можна пояснити фізичну природу магнітного моменту електронів, розглянути структуру елементарних частинок, отримати квантові рівняння гравітаційного поля тощо.

1. Базылев В.А., Жеваго Н.К. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. - М., 1987. 2. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Квантовые поля. – М., 1980. 3. Вяльцев А.Н. Дискретное пространство-время. – М., 1965. 4. Глинер Э.Б. Алгебраические свойства тензора энергии-импульса и вакуумноподобные состояния вещества // ЖЭТФ, 1965. – Т. 49. 5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). - М., 1989. 6. Максюта М.В. Фрактальність фізичного вакууму // Вісн. Київ. ун-ту. Радіофізика та електроніка. – 2005, № 8. 7. Максюта М.В. Фрактальний сценарій виникнення різних форм матерії // Вісн. Київ. ун-ту. Радіофізика та електроніка. – 2006,. № 9. 8. Максюта Н.В. О корпускулярно-волновом дуализме в свете кристаплоподобного пространства. // Тез. докл. XXXVII Межд. конф. по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами. – М., 2007. 9. Максюта М.В. Розрахунок спектра мас лептонів на основі моделі кристалоподібного простору // Вісн. Київ. ун-ту. Серія: фізикоматематичні науки. – К., 2007. – Вип. 1. 10. *Мантуров В.О.* Теория узлов. – М. – Ижевск, 2005. 11. *Марков М.А.* Элементарные частицы максимально больших масс (кварки, максимоны) // ЖЭТФ, 1966. – Т. 51. – Вып. 3(9). 12. *Пекар С.И.* Избранные труды. – К., 1988. 13. *Физическая* энциклопедия / Под ред. Прохорова А.М. – М., 1998. – Т. 3. 14. *Сосинский А.Б.* Узлы. – М., 2005. 15. *Макsyuta N.V.* On physical essence of the electric charge // Proceedings of the II Intern. conf. "Electronics and applied physics". – K., 2006.

Надійшла до редколегії 20.09.07

УДК 537.311.33, 621.315.592

С. Павлюк, канд. фіз.-мат. наук, Г. Кутлін, пров. інж., С. Савицький, асп., Р. Солтис, студ., І. Тіщенко, студ.

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРИ ДІОДНОГО КРИСТАЛА ПІД ЧАС ПРОХОДЖЕННЯ КРІЗЬ НЬОГО ІМПУЛЬСУ УДАРНОГО СТРУМУ

Проведено дослідження температури розігріву напівпровідникового діодного кристала під дією потужного поодинокого імпульсу струму з екстремально великою ударною амплітудою. Отримано залежності розігріву діодного кристала від амплітуди, тривалості та кількості імпульсів ударного струму. Результати пояснено суттєвим збільшенням прямого опору кристала напівпровідникового діода.

The investigation of a crystal diode temperature heated under powerful single current pulse with extrahigh surge amplitude was fulfilled. The dependences of heating on surge current pulse amplitude, width and quantity were obtained. The results were accounted for significant increase of crystal diode direct resistance.

Вступ. Під час проходження крізь напівпровідниковий діодний кристал імпульсу струму з великою амплітудою відбувається неоднорідний розігрів, що призводить до змін параметрів діодного кристала. У роботі [3] досліджено зміну ефективного часу життя неосновних носіїв заряду в базі діода після проходження потужного імпульсу струму. У роботі [2] вивчено вплив такої зміни на різні параметри діодного кристала. У роботі [4] показано,що всі вищенаведені ефекти виникають за рахунок появи в забороненій зоні напівпровідника додаткових глибоких рівнів рекомбінації. Визначено енергетичні параметри таких рівнів. У роботі [5] досліджено зміну прямого опору діодного кристала й показано, що прямий опір може збільшуватись у кілька разів при проходженні поодиноких імпульсів струму певної амплітуди. Були досліджені осцилограми падіння напруги U на кристалі, побудовані вольт-амперні характеристики (ВАХ) для різних моментів імпульсу струму. Показано, що відповідно до термінів, уведених держстандартом [1], існують різні градації та визначення струмів, які проходять крізь діодний кристал. Наведемо основні терміни: I_{пр} – постійний прямий струм діода; I_{пр,і} – імпульсний прямий струм діода - найбільше миттєве значення прямого струму діода, за винятком повторюваних і неповторюваних перехідних струмів; Іпр.сер – середній прямий струм діода – середнє за період значення прямого струму діода; Іпрп – струм перевантаження діода – значення прямого струму діода, тривале протікання якого викликало би перевищення максимальної температури переходу, але який так обмежений у часі, що ця температура не перевищується. За час експлуатації діода кількість імпульсів струму перевантаження не обмежується. Іпр,уд – ударний прямий струм діода, – це струм, під час протікання якого перевищується максимально допустима ефективна температура переходу, але який за час служби діода виникає рідко з обмеженою кількістю повторень і викликається незвичайними умовами роботи пристрою. Цей струм може перевищувати діючий прямий струм діода *І*_{пр. д} у десятки разів [1]. Такі незвичні умови роботи випрямного діода реалізуються при роботі потужних блоків живлення, коли блок працює на ємнісне навантаження або в режимі короткого замикання. У цьому випадку крізь випрямні діоди проходять потужні імпульси струму, які призводять до деградації параметрів діодів, погіршенню надійності їхньої роботи або до виходу їх з ладу. Тривалість таких імпульсів визначається швидкістю спрацювання системи захисту від перевантаження.

Інший приклад незвичних умов роботи діода – виготовлення діодів методом зварювання-паяння [7], коли до напівпровідникового кристала діода притискаються вилуджені мідні контакти й у прямому напрямку пропускають струм, що розігріває кристал до температури, достатньої для плавлення припою на контактах. Для підвищення продуктивності циклу виготовлення діодів скорочують час і підвищують струм розігріву. При цьому відсоток виходу придатних приладів зменшується, а надійність їхньої роботи погіршується.

У наведених випадках крізь діод проходять поодинокі імпульси ударного струму. Необхідно зазначити, що у цих випадках проходження *І*_{пр.уд} призводить до суттєвого та неоднорідного розігріву діодного кристала. У роботі [5] не були досліджені залежності температури кристала від амплітуди та тривалості імпульсу струму. Величина розігріву не була визначена. Тому метою цієї роботи є дослідження температури кристала під час проходження імпульсу струму.

Методика дослідження. Методику дослідження докладно описано в роботі [5]. Під час проведення досліджень крізь кристал напівпровідникового діода пропускали поодинокі імпульси струму з регульованою амплітудою та тривалістю. При цьому спостерігались осцилограми падіння напруги на кристалі. За цими осцилограмами для різних моментів часу будувалися ВАХ, а також розраховувались залежності опору кристала діода $R_{\rm A}$ і температури *T* від тривалості й кількості імпульсів ударного струму. Під час проведення досліджень використовували режим постійного струму *I* = const, оскільки цей режим дозволяє стабілізувати потужність, що виділена в кристалі [6].

Була оцінена температура кристала діода під час розігріву його поодинокими імпульсами струму. Оцінка проводилася за рівнянням теплового балансу: $\Delta T = UIt / cm$, де U – пряме падіння напруги на кристалі; I – прямий струм крізь кристал; t – час проходження I; c – теплоємність кремнію; m – маса кристала діода. При цьому необхідно відзначити, що для оцінки температури знехтувано теплопередачею в навколишнє середовище і металеві контакти, на час проходження імпульсу струму. Це пов'язано з тим, що тепловий опір між кристалом і притискними струмопідвідними контактами великий, а теплопровідність повітря мала порівнянно з теплопровідністю кристала.

Оскільки під час дослідження використовувались багато кристалів діодів, більшість з яких під час проведення експерименту виходили з ладу, то на графіках наведено найбільш типові усереднені результати.

Експериментальні результати. *Зразки*. Дослідження проводились на кристалах випрямних діодів середньої потужності, параметри яких зазначено в табл. 1.

N⁰	Тип	<i>I</i> _{ПР,СЕР.,МАКС} ,А	I _{ПРП, МАКС} , А	<i>t</i> ı (<i>t</i> прп), мс	<i>Т</i> _{к, макс} ⁰С
1	КД105	0,3	15	20	125
2	КД208	1,5	30	20	85
3	КД209	0,5	15	20	85
4	КД212	1,0	50	10	125
5	КД220	3,0	60	10	155
6	КД202	5,0	30	1500	130
7	Д231	5,0	50	20	130
8	КД219	10,0	250	10	115

Таблиця 1. Параметри діодів

Як бачимо з наведених даних [1], *I*_{прп}, і тим більше *I*_{пр, уд}, може перевищувати середній прямий струм діода в десятки разів. Проведені дослідження показали, що характер зміни параметрів і характеристик кристалів різних типів діодів був однаковий, тому далі наведемо дані для кристалів діодів КД208.

Осцилограми падіння напруги. Осцилограми падіння напруги при різних тривалостях імпульсу І_{пр. уд} докладно досліджені в роботі [5]. Розглянемо осцилограму на рис. 1. Дані отримані для імпульсу тривалістю 5 мс, оскільки вони є типовими. Спочатку форма осцилограми падіння напруги повторює форму осцилограми струму (криві 1, 2). Інша картина спостерігалася при струмах ≥ 47 А. Під час проходження такого імпульсу відбувався сильний розігрів кристала, про що свідчить первинне зростання, а потім зменшення падіння прямої напруги на кристалі. Кожен наступний імпульс струму з такою однаковою амплітудою призводив до збільшення початкового прямого падіння (у момент *t* = 0), більш швидкому розігрівові й більшій зміні *U*.

На осцилограмі рис. 1 цифри відповідають струмам 1–10 А, 2–30 А, 3-40 А, 4…10–47 А. Цифра 4 відповідає першому імпульсу струму з амплітудою 47 А, а цифра 10 відповідає 7 імпульсу струму з амплітудою 47 А.



Рис. 1. Осцилограма падіння напруги для тривалості імпульсу струму $t_{iмn}$ 5 мс

Залежність прямого опору кристала діода від кількості імпульсів струму. Залежність прямого опору кристала діода $R_{\rm A}$ для початкового моменту часу імпульсу струму від величини та номера імпульсу N показана на рис. 2 кривою 1, а для кінця імпульсу – кривою 2. При величині струму менше ніж $I_{\rm np. yd}$, прямий опір кристала падає й не залежить від кількості імпульсів струму. При

досягненні *I*_{пр, уд} опір починає збільшуватися після проходження кожного імпульсу *I*_{пр,уд}. До виходу кристала діода з ладу прямий опір кристала збільшився майже в 2 рази. Опір у кінці імпульсу розігріву після кожного імпульсу *I*_{пр, уд} зменшується.



Рис. 2. Залежність прямого опору кристала діода від кількості імпульсів струму

Залежність T від часу розігріву. Залежність T від часу розігріву показана на рис 3. Як видно з рисунка, температура майже лінійно зростає при струмах, менших від 47 А, під час усієї тривалості імпульсу (криві 1–3, рис. 3). По досягненні струмом величини ударного струму зростання температури стає нелінійним. Спочатку температура зростає лінійно, потім цей темп сповільнюється, далі спостерігається крутіше зростання температури, повторне сповільнення темпу наростання температури (криві 4–6, рис. 3), і далі з'являється тенденція до її насичення (криві 7–10, рис. 3). Необоротні зміни настають після досягнення кристалом температури 650 ⁰C.



Рис. 3. Залежність температури від часу розігріву для тривалості імпульсу струму t_{імп} 5 мс

Дослідження залежності кількості імпульсів І_{пр, уд} від його величини та часу дії. Згідно з даними довідника [1], час дії імпульсу прямого граничного струму І_{прг} і ударного струму І_{пр, уд} більшості силових діодів змінюється від 1 до 2000 мс. Чим довше діє імпульс, тим при менших струмах досягається значення *І*_{пр. уд}.



Рис. 4. Залежність амплітуди прямого ударного струму та кількості імпульсів ударного струму від часу його дії

Залежність амплітуди ударного струму та кількості імпульсів ударного струму від часу його дії показано на рис. 4. Як видно з графіка, ця залежність нелінійна. При більш коротких імпульсах їх амплітуда істотно збільшується, однак кількість повторень різко зменшується.

Обговорення отриманих результатів. Дослідження показали, що під час проходження ударного струму крізь напівпровідниковий кристал його температура істотно перевищує припустиму робочу температуру кристала діода. При струмах порядку 30–45 А і менших від *І*_{пр.уд} з тривалістю 5 мс значення опору як під час дії струму, так і при багаторазовому повторному впливі, не змінюється. Температура переходу після проходження імпульсу сягає величини до 400 ⁰С. Неоднорідної зміни температури під час дії імпульсу струму немає (рис. 3, криві 1–3). Спаду *U* на осцилограмах немає, оскільки ця температура менша від температури власної провідності, і модуляція провідності бази діода на відбувається.

При ударному струмі *I*_{пр. уд} 47 А опір діода починає збільшуватися при кожному повторному імпульсі й після 5–7 імпульсу діод виходить з ладу. При цьому його прямий опір збільшується майже вдвічі. Температура під час розігріву змінюється нерівномірно (рис. 3, криві 4–6). Збільшення темпу наростання температури збігається з виникненням другого "горба" на осцилограмах падіння напруги. Різко неоднорідний градієнт температури призводить до виникнення сильних механічних напруг, і як наслідок, додаткових дефектів (рекомбінаційних рівнів), що призводять до зменшення ефективного часу життя носіїв заряду в напівпровіднику [8]. Зменшення часу життя носіїв заряду еквівалентно зменшенню довжини їхнього вільного пробігу, що призводить до збільшення ефективного прямого опору діода. Це, у свою чергу, збільшує потужність, що виділяється на діоді, що веде до неоднорідного зростання його температури, і кристал напівпровідникового діода руйнується. Температура кристала сягає понад 1000 [°]C, що значно більше температури власної провідності. У базі діода з'являється велика кількість носіїв заряду, ії провідність збільшується, що призводить до зменшення падіння напруги на діоді.

Висновки. Досліджено зміни температури діодного кристала під час проходження крізь нього імпульсів струму різної амплітуди. Показано, що при меншому струмі, ніж ударний, температура зростає лінійно й кристал не досягає температури власної провідності. При амплітудах імпульсів струму більших, ніж ударний струм, температура починає змінюватись немонотонно й досягає значень суттєво більших, ніж температура власної провідності. При таких температурах виникають додаткові дефекти в кристалі і відбуваються необоротні зміни таких параметрів кристала, як час життя носіїв заряду, збільшення прямого опору кристала напівпровідникового діода, збільшення граничної частоти випрямлення та зміни інших параметрів діодного кристала.

 Григорьев О.П., Замятин В.Н., Кондратьев Б.В., Пожидаев С.Л. юды. Справочник. – М., 1990 2. Кушниренко В.В., Нини-Диоды. дзе Г.К., Павлюк С.П. и др. Воздействие импульсов прямого тока на время жизни неосновных носителей заряда в р⁺-п диоде // ТКЭА. -2007, № 1(67). З. Нінідзе Г.К. Кушніренко В.В., Павлюк С.П. та ін. Спосіб контрольованої зміни часу життя неосновних носіїв заряду у p⁺-n діоді модифікуючими імпульсами прямого струму великої амплітуди // Вісн. Київ. ун-ту. Серія.: Фізіко-математичні науки. - 2005. - Вип. 3. 4. Нінідзе Г.К. Кушніренко В.В., Павлюк С.П. та ін. Визначення параметрів додаткового рекомбінаційного центру в забороненій зоні кремнійових силових діодів // Вісн. Київ. ун-ту. Радіофізика та електроніка. -2006. Вип. 9. 5. Павлюк С.П., Савицький С.М., Солтис Р.Б., Тіщенко І.Ю. Збільшення прямого опору кристала напівпровідникового діода при екстремально великих прямих ударних струмах // Вісн. Київ. ун-ту. Серія.: Фізико-математичні науки. – 2007. – Вип. 2. 6. Павлюк С.П., Іщук Л.В., Кисліцин В.М. Саморегуляція виділеної потужності напівпровідникового діодного кристала // Вісн. Київ. ун-ту. Серія.: Фізікоматематичні науки. – 2002. – Вип. 1. 7. Россошинский А.А., Лебига В.А., Кислицын В.М., Альперович Е.А. Способ сборки полупроводниковых приборов // А. с. № 355696 СССР.– 1972. – Бюл. № 31.

Надійшла до редколегії 20.09.07

УДК 537.622.4

B. Tanygin, stud., O. Tychko, Ph. D.

THE PLANE BLOCH DOMAIN WALL STRUCTURE IN (110) PLATE OF MAGNETICALLY ORDERED MEDIUM WITH "NEGATIVE" CUBIC MAGNETOCRYSTALLINE ANISOTROPY

Представлено результати досліджень енергії та структури плоских блохівських доменних меж з протилежними (право- та лівогвинтовим) напрямками та різними шляхами обертання вектора намагніченості в (110)-пластині кристала кубічної симетрії з "від'ємною" магнітокристалографічною анізотропією

Results of investigations of an energy and structure of the plane Bloch domain walls with opposite (right-hand and left-hand) directions and different paths of magnetization vector rotation in (110)-plate of cubic symmetry crystal with "negative" magnetocrystalline anisotropy are presented.

Introduction

The domain wall (DW) structure in magnetically ordered media is one of fundamental interests of magnetism and is also important for applications. Depending on geometry of a magnetization vector M turn, Bloch DW [7], Neel DW [10] and transition DW [5] are usually investigated. The plane Bloch DW ($\mathbf{Mn}_W = \text{const}$, where \mathbf{n}_W is a unit vector along DW plane normal) can realize in unrestricted crystal or in a volumetric plate of the magnetically ordered medium in cases of an absence or a smallness of demagnetization fields [2, 6, 7, 9, 10]. In unrestricted crystal a plane Bloch DW structure (M spatial distribution, DW plane orientation, DW width δ) in an equilibrium state corresponds to minimum of the DW energy density σ [5, 8]. The equilibrium parameters of the plane Bloch DW were studied in crystals with "positive" ($K_1 > 0$) [4-6, 8] and "negative" ($K_1 < 0$) [2, 3, 5, 6, 8] cubic magnetocrystalline anisotropy (MA) where K_1 is a MA first constant [5]. Most full the equilibrium parameters of the plane Bloch DW were studied in (110)-plate of crystals with "negative" cubic MA [2, 3]. We present the results of complete research of the plane Bloch DW structure in (110)-plate of the magnetically ordered medium with "negative" cubic MA.

1. Type and boundary conditions of the plane Bloch domain wall in (110)-sample

Let **m** is a unit vector along the magnetization vector **M** : $\mathbf{m} = \mathbf{M} / M$, where M is a saturation magnetization. At that \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 are unit vectors along magnetization vectors \mathbf{M}_1 and \mathbf{M}_2 in neighboring domains: $\mathbf{m}_1 = \mathbf{M}_1 / M$, $\mathbf{m}_2 = \mathbf{M}_2 / M$. An angle 2α between \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 determines a DW type (2α -DW) in unrestricted crystal: $2\alpha = \arccos(\mathbf{m}_1\mathbf{m}_2)$ [5, 8]. The units vectors \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 coincide with different easy magnetisation axes (EMA). In the cubic crystals with $K_1 < 0$ the EMA coincide with crystallographic <111>-directions [5] and the DW type can be determined by parameter $\iota = \sum_{k=1}^{3} |s_k|$, where

 $s_k = \sqrt{3} \Delta \mathbf{m} \, \mathbf{e}_k / 2$, $\Delta \mathbf{m} = \mathbf{m}_2 - \mathbf{m}_1$, \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 and \mathbf{e}_3 is an ort along crystallographic [100]-, [010]- and [001]-direction respectively. This parameter is equal to 1, 2 and 3 for 71°-, 109°- and 180°-DW accordingly.

The DW orientation is determined by an angle λ between \mathbf{n}_W and a plane of the vectors \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 or an arbitrary selected plane that is contained $\Delta \mathbf{m}$ in a case $2\alpha \neq 180^\circ$ or $2\alpha = 180^\circ$ respectively [3]. Interdependency between the \mathbf{n}_W orientation and λ is described as

$$\mathbf{n}_{W}(\lambda) = \mathbf{A}\cos\lambda + \mathbf{B}\sin\lambda F \text{ , where}$$
$$\mathbf{A} = [\Delta \mathbf{m} \times \mathbf{P}](1-\omega)/2 + \mathbf{m}_{\Sigma}\omega/(2\cos\alpha + 1-\omega),$$
$$\mathbf{B} = \mathbf{P}(1-\omega) + [\mathbf{m}_{1} \times \mathbf{m}_{2}]\omega/(\sin 2\alpha + 1-\omega),$$

 $F = \pm 1$, $\mathbf{m}_{\Sigma} = \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2$, $\omega = \operatorname{sgn}(\cos \alpha)$, **P** is an arbitrary unit vector ($\mathbf{P}\Delta\mathbf{m} = 0$).

Let's define a magnetization orts' space (MOS) as a space of unit vectors **m** beginning at one point. Then vector **m** turn trajectory [6] in a DW volume is a multitude of all **m** vectors of the DW volume in MOS. Every λ value determines vector **m** turn trajectory in MOS for 2α -DW. Owing to preservation of (\mathbf{mn}_W) value the vector **m** in the DW volume draws a part of a cone surface in MOS.

$$\left\{\mathbf{e}_{\tilde{x}},\mathbf{e}_{\tilde{y}},\mathbf{e}_{\tilde{z}}\right\} = \left\{\Delta \mathbf{m} \times \mathbf{n}_{W}(\lambda)/(2\sin\alpha), \Delta \mathbf{m}/(2\sin\alpha), \mathbf{n}_{W}(\lambda)\right\},\$$

dependence $\sigma(\lambda)$.

 $\Delta \mathbf{m}$ respectively [3];

where $\mathbf{e}_{\tilde{x}}$, $\mathbf{e}_{\tilde{y}}$ and $\mathbf{e}_{\tilde{z}}$ is an ort along $O\tilde{x}$ -, $O\tilde{y}$ - and $O\tilde{z}$ axis respectively) the vector \mathbf{m} looks like $\mathbf{m} = \tilde{x}\mathbf{e}_{\tilde{x}} + \tilde{y}\mathbf{e}_{\tilde{y}} + \tilde{z}\mathbf{e}_{\tilde{z}}$. The vectors \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 coincide with the vector \mathbf{m} at $\tilde{z} \to -\infty$ and $\tilde{z} \to \infty$ respectively. In spherical coordinates the \mathbf{m} direction is determined by polar $\tilde{\theta}$ and azimuth $\tilde{\phi}$ angles those are counted out correspondingly from \mathbf{n}_W and $O\tilde{x}$ -axis. The angle $\tilde{\theta}$ is a constant in the Bloch DW volume: $\cos \tilde{\theta} = (\mathbf{m} \mathbf{n}_W)$. For various DW orientations it is determined as $\tilde{\theta} = \arccos(\cos \lambda \cos \alpha)$. Magnetisation directions \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 correspond $\tilde{\varphi}_1$ and $\tilde{\varphi}_2$ values of $\tilde{\varphi}$ angle.

Every vector m turn trajectory corresponds to some DW

orientation with some energy density σ for given 2α -DW

[3]. In unrestricted crystal the DW equilibrium orientation

corresponds to minimum of the energy density orientation

axis are directed along the DW normal \mathbf{n}_W and the vector

In selected coordinate system $O\tilde{x}\tilde{v}\tilde{z}$ ($O\tilde{z}$ - and $O\tilde{v}$ -

For the plane Bloch DW the function $\sigma(\lambda)$ is [5]:

$$\sigma(\lambda) = 2\int_{\tilde{\varphi}_1}^{\tilde{\varphi}_2} \left\{ \left[A \sin^2 \tilde{\theta} \right] \cdot \left[e_A \left(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}, \lambda \right) - e_A \left(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}_1, \lambda \right) \right] \right\}^{1/2} d\tilde{\varphi} ,$$

where A is an exchange constant,

$$e_{A}\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}},\tilde{\boldsymbol{\phi}},\boldsymbol{\lambda}\right) = \sum_{j=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} K_{1} \left[\mathbf{m}\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}},\tilde{\boldsymbol{\phi}},\boldsymbol{\lambda}\right)\mathbf{e}_{i}\right]^{2} \left[\mathbf{m}\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}},\tilde{\boldsymbol{\phi}},\boldsymbol{\lambda}\right)\mathbf{e}_{j}\right]^{2} \left(1-\delta_{ij}\right)/2$$

is a MA energy density, $e_A(\tilde{\theta}, \tilde{\phi}_1, \lambda) = K_1/3$ at arbitrary λ , δ_{ij} is the Kronecker delta, $\mathbf{m} = \mathbf{m}(\tilde{\theta}, \tilde{\phi}, \lambda)$. The function $e_A(\tilde{\theta}, \tilde{\phi}, \lambda)$ can be represented as

$$e_{A}\left(\tilde{\theta},\tilde{\varphi},\lambda\right)/|K_{1}| = \left[\sin^{2}\tilde{\theta}\sin^{2}\tilde{\varphi}+\left(1-\sin^{2}\tilde{\theta}\sin^{2}\tilde{\varphi}\right)\sin^{2}\left(\Lambda+\pi/4\right)\sin^{2}\left(\pi/4-\Lambda\right)\right]\left(\sin^{2}\tilde{\theta}\sin^{2}\tilde{\varphi}-1\right)$$

for 71°-DW,

$$e_{A}\left(\tilde{\theta},\tilde{\phi},\lambda\right)/|K_{1}| = -\left(1-\sin^{2}\tilde{\theta}\sin^{2}\tilde{\phi}\right)\cos^{2}\Lambda\left[1-\left(1-\sin^{2}\tilde{\theta}\sin^{2}\tilde{\phi}\right)\cos^{2}\Lambda\right] - \left[\sin^{2}\tilde{\theta}\sin^{2}\tilde{\phi}-\left(1-\sin^{2}\tilde{\theta}\sin^{2}\tilde{\phi}\right)\sin^{2}\Lambda\right]^{2}/4$$
 for 109°-DW,

$$e_A(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}, \lambda) / |K_1| = \cos^2 \tilde{\varphi} (9 - 7\cos 2\tilde{\varphi} - 4\sqrt{2}\sin 2\tilde{\varphi}\sin 3\lambda F) / 24 - 1/3$$

for 180°-DW, where $\Lambda = \lambda F - \arctan\left(\cos\tilde{\varphi}\tan\tilde{\theta}\right)$. Here and further value **P** equals $s_3\left(-s_2\mathbf{e}_1 + s_1\mathbf{e}_2\right)/\sqrt{2}$.

The function $\sigma(\lambda)/\sqrt{A|K_1|}$ can be obtained analytically for 180°-DW [7]:

$$\begin{aligned} \sigma(\lambda)/\sqrt{A|K_1|} &= \\ &= \left\{ 8h_1\sqrt{2} + \left(h_1^2 - 9\right)\left(\cos h_2\right)\ln\left[\left(4 - h_1\sqrt{2}\cos h_2\right)/\left(4 + h_1\sqrt{2}\cos h_2\right)\right] + 2\left(h_1^2 + 9\right)\left(\sin h_2\right)\arctan\left[h_1/\left(2\sqrt{2}\csc h_2\right)\right]\right\}/\left(4h_1\sqrt{3}\right), \end{aligned}$$
where $h_1 &= \left(65 - 16\cos 6\lambda\right)^{1/4}$ and $h_2 &= \left\{\arctan\left[\left(4\sqrt{2}/7\right)\sin 3\lambda\right]\right\}/2.$

All possible \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 pairs ($C_8^2 = 28$ combinations) are subdivided into 12, 12 and 4 pairs for 71°-, 109°- and 180°-DW respectively. There is a group G_{BC}^{∞} of point symmetry transformations \hat{g} in MOS those relate among themselves different \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 pairs for 2α -DW with fixed 2α :

$$\sum_{k=1}^{3} \left| \left(\hat{g} \mathbf{m}_{\Sigma} \right) \mathbf{e}_{k} \right| = \sum_{k=1}^{3} \left| \mathbf{m}_{\Sigma} \mathbf{e}_{k} \right| \text{ and } \sum_{k=1}^{3} \left| \left(\hat{g} \Delta \mathbf{m} \right) \mathbf{e}_{k} \right| = \sum_{k=1}^{3} \left| \Delta \mathbf{m} \mathbf{e}_{k} \right|.$$

A totality of the mentioned \hat{g} transformations forms a magnetic symmetry class (MSC) of boundary conditions [1] of given DW. For view crystals the MSC of boundary conditions of all possible DWs is m $\overline{3}$ m 1' class (table 1).

Table 1. MSC and degeneracy q_{BC}^{∞} of 2α -DW boundary conditions in unrestricted cubic crystal with $K_1 < 0$

2α	MSC of DW boundary conditions	q_{BC}^{∞}
71° or 109°	m 3 m1′	12
180°	m 3 m1′	4

Corresponding to them a boundary conditions degeneracy q_{BC}^{∞} is submitted in the same place for different 2α -DWs. The degeneracy q_{BC}^{∞} specifies a quantity of 2α -DWs with the same equilibrium energy density σ but different boundary conditions. The lasts are determined by the orientations of the pair of the unit vectors \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 . In unrestricted crystal the 2α -DW degeneration takes place: all equilibrium DWs with fixed 2α value and different orientations of the \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 pair have identical energy densities σ .

In restricted volumetric (110)-plate a DW area orientation dependence is $S(\lambda) \sim 1/\sqrt{1-(\mathbf{n}_W \mathbf{n}_S)^2}$, where \mathbf{n}_S is a unit vector along (110)-plane normal. The function $S(\lambda)$ is determined by angles $\beta = \arccos |\mathbf{A}(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)/\sqrt{2}|$, $\gamma = \arccos |\Delta \mathbf{m}(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)/(2\sqrt{2}\sin\alpha)|$ and $\phi = \arccos |\mathbf{B}(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)/\sqrt{2}|$. Here ϕ is the interfacial angle

 $\phi = \arccos |\mathbf{B}(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)/\sqrt{2}| . Here \phi \text{ is the interfacial angle}$ between (110)-plane and plane of the vectors \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 . At that $\cos 2\beta + \cos 2\gamma + \cos 2\phi = -1$ and only two angles are remained independent. The orientation dependence $S(\lambda)$ is the most simple depending on parameters β and γ : $S(\lambda) = S_0/\sqrt{1-\sin^2\gamma\cos^2\left[(\nu+|\nu|-1)\lambda F - b\right]}, \text{ where } \nu = \operatorname{sgn}\left[(\mathbf{An}_S)(\mathbf{Bn}_S)\right], \ b = \arctan\left(\sqrt{(-\cos 2\beta - \cos 2\gamma)/2}/\cos\beta\right)$ and S_0 is the DW area at $(\mathbf{n}_W \mathbf{n}_S)=0$. This expression determines an angle ψ between the DW plane and the sample plane: $\psi(\lambda) = \operatorname{arcsin}\left[S_0/S(\lambda)\right]$. In restricted sample the equilibrium DW orientation corresponds to an absolute minimum of the DW energy density $\sigma_S(\lambda) = \sigma(\lambda)/\sin\psi(\lambda)$ [2,3] for determined \mathbf{m} turn trajectory (rotation direction and path of \mathbf{m} turn, see sectors.

tion 2). At other things being equal, the last is determined by the angles α , β and γ only. In the case of 180°-DW the β value is arbitrary according to it dependence on P. Dependence β (P) is identical for all DWs at fixed sample orientation. Thus, the energy orientational dependences of different 180°-DWs are differed by one parameter γ only. Then in the restricted volumetric sample the 2α -DWs with fixed 2α and different orientations of the m_1 and m_2 pair can have different equilibrium energy density σ_S i.e. in restricted sample a removing of 2α -DW degeneration takes place. At that a conventional determination of DW type isn't sufficient for unique identification of 2α -DW with fixed 2α . It is possible to define this DW like a $2\alpha^1_{\beta,\gamma}$ -DW or $2\alpha_{\gamma}$ -DW for DW with $2\alpha \neq 180^\circ$ or $2\alpha = 180^\circ$ respectively. Here ι is equal to 1 or 2 for 71°- or 109°-DW accordingly.

There is a group G_{BC} ($G_{BC} \subseteq G_{BC}^{\infty}$) of point symmetry transformations \hat{g} in MOS those relate among themselves the \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 pairs for given $2\alpha_{\beta,\gamma}^i$ - or $2\alpha_{\gamma}$ -DW and don't change the β and γ values at $2\alpha \neq 180^\circ$ or the γ value at $2\alpha = 180^\circ$ only i.e. these transformations don't change the $2\alpha_{\beta,\gamma}^i$ - or $2\alpha_{\gamma}$ -DW area: $|(\hat{g}\mathbf{m}_{\Sigma})\mathbf{n}_S| = |\mathbf{m}_{\Sigma}\mathbf{n}_S|$ and $|(\hat{g}\Delta\mathbf{m})\mathbf{n}_S| = |\Delta\mathbf{m}\mathbf{n}_S|$. An operation by the mentioned \hat{g} transformations of the group G_{BC} on the normal \mathbf{n}_W of $2\alpha_{\beta,\gamma}^i$ - or $2\alpha_{\gamma}$ -DW gives a totality of the orientations of these DWs with the same density σ_S in restricted volumetric sample. A totality of the mentioned \hat{g} transformations forms a MSC of boundary conditions of given DW. For view crystals the MSC of boundary conditions of all possible DWs is m m m1' class (tables 2-3).

Table 2. MSC and degeneracy q_{BC} of the $2\alpha_{\gamma}$ -DW boundary conditions in (110)-plate

$2\alpha_{\gamma}$ -DW boundary conditions	(110)-plate of cubic crystal with $K_1 < 0$				
$\pm\Delta {f m}$ for ($2lpha$ =180 $^{\circ}$)	$\pm \Delta \mathbf{m}$ for (2α =180°) γ ,° MSC of DW boundary conditions				
$[111], \overline{111}]$	35.26	mmm 1′	2		
$\left[1\overline{1}1\right],\left[11\overline{1}\right]$	90	mmm 1′	2		

	1			
$2 lpha^{\iota}_{\beta,\gamma}$ -DW boundary conditions	(110)-plate of cubic crystal with $K_1 < 0$			
$\pm \mathbf{m}_{\Sigma}$ ($\pm \Delta \mathbf{m}$) for 2α =71° or $\pm \Delta \mathbf{m}$ ($\pm \mathbf{m}_{\Sigma}$) or 2α =109°	$\beta \{\gamma\}$ for 2α = 71° or $\gamma \{\beta\}$ for 2α = 109°	MSC of DW boundary conditions	q_{BC}	
[110]([001])	0°{90°}	mmm 1' ;	2	
$\left[1\overline{1}0\right]([001])$	90°{90°}	mmm 1' ;	2	
$[011]([100]), [01\overline{1}]([100]), [101]([010]), [\overline{1}01]([010]), [\overline{1}01]([010])$	60°{45°}	mmm 1′ ;	8	

Corresponding to them boundary conditions degeneracy q_{BC} for above-mentioned DWs in (110)-sample is submitted in these tables also. Here the degeneracy q_{BC} specifies a quantity of the $2\alpha_{\beta,\gamma}^{\iota}$ – or $2\alpha_{\gamma}$ -DW with the same equilibrium density σ_{S} but different boundary conditions. A quantity of different (with different equilibrium energy densities) 2α -DWs is equals to 3 and 2 for $2\alpha_{\beta,\gamma}^{\iota}$ - or $2\alpha_{\gamma}$ -

Its sign determines a rotation direction. The opposite **m** rotation directions from \mathbf{m}_1 to \mathbf{m}_2 take place in ranges [3]: $\tilde{\varphi}_1 = -\tilde{\varphi}_0 < \tilde{\varphi} < \tilde{\varphi}_2 = \tilde{\varphi}_0$ and $\tilde{\varphi}_1 = \tilde{\varphi}_0 < \tilde{\varphi} < \tilde{\varphi}_2 = 2\pi - \tilde{\varphi}_0$, where $\tilde{\varphi}_0(\lambda) = \arccos(\cos\alpha \sin\lambda F/\sin\theta)$ and $\alpha < \tilde{\varphi}_0(\lambda) < \pi - \alpha$. For these ranges parameter C_R^{∞} has different signs: $C_R^{\infty} < 0$ and $C_R^{\infty} > 0$ respectively. There are equalities $\tilde{\varphi}_1(\lambda) = C_R^{\infty} \tilde{\varphi}_0(\lambda)$ and $\tilde{\varphi}_2(\lambda) = \pi + [\pi - \tilde{\varphi}_0(\lambda)]C_R^{\infty}$. All orientations of the DW plane are in a range: $\lambda \in [-\pi/2; \pi/2]$. In this range all \mathbf{n}_W orientations are non collinear [3] (with exception of one limit orientation of above-mentioned range). The mentioned range includes all vector **m** turns, which aren't duplicated by changing of initially boundary conditions $\lambda = \pm \pi/2$. Hereinafter the λ values will be considered *only* in this range.

In unrestricted cubic crystal the equilibrium DWs with opposite rotation directions have the same DW energy density σ at different orientations (they are given by angles λ_I and λ_{II}) or at the same orientations for $2\alpha^{t}_{\beta,\gamma}$ or $2\alpha_{\gamma}$ -DW respectively. For $2\alpha_{\beta,\gamma}^{\iota}$ - or $2\alpha_{\gamma}$ -DW it is fulfilled $\lambda_I = -\lambda_{II} = \lambda_0$ (λ_0 is some value from range $(0, \pi/2]$) or $|\lambda_I - \lambda_{II}| = k\pi/3$ respectively, where $k = \overline{0,3}$ [3]. In restricted volumetric crystal the DW energy density $\sigma_{s}(\lambda)$ depends on the DW area $S(\lambda)$. The function $S(\lambda)$ is paired only at b=0 or $b=\pi/2$. In those cases the above-mentioned degeneration of the DW energy density for the opposite \mathbf{m} rotation directions is retained at $\lambda_I = -\lambda_{II}$. A criterion of such degeneration $\left|\mathbf{n}_{W}(\lambda)\mathbf{n}_{S}\right| = \left|\mathbf{n}_{W}(-\lambda)\mathbf{n}_{S}\right|.$ equality: Sufficient is conditions of its fulfillment look like: $\beta = \pi/2$; $\phi = \pi/2$. A parity of the $S(\lambda)$ function isn't important for $2\alpha_{\gamma}$ -DW. The degeneration of the DW energy density of such DWs with opposite m rotation directions remains at all boundary conditions [3, 5]. For the range $0 < b < \pi/2$ the angles λ_I and λ_{II}

correspond to the different areas of $2\alpha_{\beta,\gamma}^{1}$ -DWs. At that for each of these orientations the mentioned DWs can have both DW area values: $S_{+} = S_{0} / \sqrt{1 - \sin^{2} \gamma \cos^{2} (\lambda_{0} - b)}$ and $S_{-} = S_{0} / \sqrt{1 - \sin^{2} \gamma \cos^{2} (\lambda_{0} + b)}$. At fixed values of angles α , β and γ it depends on mutual orientation of DW respectively. Their greater quantity is determined by differences of vector \mathbf{m} turn trajectories in the DW volume or by domains renumbering.

2. Trajectories of the magnetization turn in the plane Bloch domain wall volume

2.1. Directions of magnetization rotation

Two opposite \mathbf{m} rotation directions in the plane Bloch DW volume are possible [3]. A numerical criterion of these directions is a parameter

$$C_{R}^{\infty} = \operatorname{sgn}(\mathbf{Bm}) + \left[1 - |\operatorname{sgn}(\mathbf{Bm})|\right] \operatorname{sgn}\left[(\mathbf{m}_{1} - \mathbf{m})\mathbf{A}\right] \operatorname{sgn}(\mathbf{n}_{W}\mathbf{B}).$$

unit vectors \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 and \mathbf{n}_S . For unambiguous conformity between the direction of the \mathbf{m} rotation and σ_{s} value it is necessary to modify a definition of the parameter C_R^{∞} and set a general rule for F sign choose for restricted samples: F = 1 + v - |v|, $C_R = C_R^{\infty} F$. At that $C_R < 0$ or $C_R > 0$ respectively for right-handed and lefthanded m rotations (further it will be marked as R- and Lrotation respectively). Then DW area orientation dependence looks like $S(\lambda) = S_0 / \sqrt{1 - \sin^2 \gamma \cos^2 \left[(2|\mathbf{v}| - 1)\lambda - b \right]}.$ A degeneration of the DWs with opposite m rotation directions takes place at $v \cos \alpha = 0$. It is carried out always for $2\alpha_v$ -DW and for $2\alpha_{\beta,\gamma}^{\iota}$ -DW at a parity of the function $S(\lambda)$. Further we shall mark this case of the m rotation as RLrotation. If $|\mathbf{n}_W \times [\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2]| = 0$ then the vector **m** in the DW volume draws a part of a disk surface (which coincides with the DW plane) in MOS with axis that coincides with \mathbf{n}_{W} and there is a possibility of a lapping of the *R*- and *L*rotation trajectories. It is a special case of RL-rotation. Further it will be marked as RL*-rotation. Particularly for equilibrium $2\alpha^{i}_{\beta,\gamma}$ -DWs it is a special case of *RL*-rotation with equalities $S(\lambda_I) = S(\lambda_{II})$ and $|\lambda_I - \lambda_{II}| = \pi$.

2.2. Paths of magnetization turn

A short $(\tilde{\varphi}_2 - \tilde{\varphi}_1 < \pi)$ and long $(\tilde{\varphi}_2 - \tilde{\varphi}_1 > \pi)$ path of the vector **m** turn (further it will be marked as *S*- and *L*path) in DW volume is differed [3]. A parameter $\Delta \tilde{\varphi} = \tilde{\varphi}_2 - \tilde{\varphi}_1$ changes in a range $2\alpha \le \Delta \tilde{\varphi} < \pi$ and $\pi < \Delta \tilde{\varphi} \le 2(\pi - \alpha)$ at $\pi/2 \ge \tilde{\lambda} > 0$ and $0 > \tilde{\lambda} \ge -\pi/2$ for *S*- and *L*-path accordingly for $2\alpha_{\beta,\gamma}^t$ -DW, where $\tilde{\lambda} = -\lambda C_R$. Parameter $\Delta \tilde{\varphi}$ is constant ($\Delta \tilde{\varphi} = 180^\circ$) in all range of a change of value $\tilde{\lambda}$ ($-\pi/2 \le \tilde{\lambda} \le \pi/2$) or at $\tilde{\lambda} = 0$ for $2\alpha_{\gamma}$ - or $2\alpha_{\beta,\gamma}^t$ -DW, respectively. Such type of the vector **m** turn path is an intermediate path between *S*and *L*-path and further it will be marked as a middle path (*M*-path). A kind of path is determined by parameter $C_P = C_R^\infty \operatorname{sgn}(\mathbf{n}_W[\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2]) = C_R \operatorname{sgn}(\lambda \cos \alpha)$: $C_P = 0$, $C_P < 0$ or $C_P > 0$ for *M*-, *S*- or *L*-paths respectively.

2.3. Magnetic symmetry of the plane Bloch domain walls in (110)-sample

A possibility of *RL*-rotation in the DW volume and also an orientation independence of vector **m** turn path of $2\alpha_{\nu}$ -DW is an additional cause of the DW degeneration.

Degeneracy q_T specifies a quantity of $2\alpha_{\gamma}$ -DWs or $2\alpha^{\iota}_{\beta,\nu}$ -DWs with definite boundary conditions (definite pair of the \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 vectors) and identical equilibrium energy density σ_S but non-overlapping vector \mathbf{m} turn trajectories: $q_T = N(1 + \delta_{(RL)}) + N^*$, where integer N is a quantity of equilibrium orientations of $2\alpha_{\gamma}$ -DWs or $2\alpha_{\beta,\gamma}^{\iota}$ -DWs in the range $\lambda \in (-\pi/2, \pi/2)$; integer N^* is a quantity of equilibrium DW orientations at $\cos \lambda = 0$: symbol $\delta_{(RL)}$ is equal to 1 or 0 for RL-rotation or another foregoing types of rotation respectively. The N^* value doesn't equal zero only at RL*-rotation in DW volume.

A interrelation between possible vector ${f m}$ turn trajectories in the DW volume with fixed boundary conditions and some energy density $\sigma_{\it S}$ is described by a group G_n of point symmetry transformations in MOS. If equality $q_T = 2$ takes place for $2\alpha_{\beta,\gamma}^{\iota}$ -DW then the RL-rotation takes place and transformations of the group $G_{\mathbf{n}}$ are generated by symmetry element $\overline{2}'_{\Gamma}$ that is a reflection of the vector m turn trajectory in the plane of the vectors \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 with a simultaneous use of R operation [3]. The permanent degeneration of vector m turn trajectory of $2\alpha_{\nu}$ -DW leads to appear even value of degeneracy q_T for this DW that is less than or equal to its value in infinite crystal. In the last case the q_T value is equal to 6 since for $2\alpha_{\nu}$ -DW the vector Δm coincides with a rotary threefold axis of the cubic crystal. If $q_T = 2$, 4 or 6 for $2\alpha_{\gamma}$ -DW then the group $G_{\mathbf{n}}$ transformations are generated by multitudes of symmetry elements $\{\overline{2}_n\}, \{\overline{2}_{R_1}; \overline{2}_{R_2}\}$ or $\{6_{\Delta m}\}$ respectively. Here multitudes $\{\overline{2}_n\}$ or $\{\overline{2}_{R_1}; \overline{2}_{R_2}\}$ consist of the planes those are perpendicular to the normal \mathbf{n}_W or perpendicular to vectors \mathbf{R}_1 and \mathbf{R}_2 respectively. The multitude $\{6_{\Lambda \mathbf{m}}\}$ consists of sixfold axis that coincides with vector $\Delta \boldsymbol{m}$. The vectors \mathbf{R}_1 and \mathbf{R}_2 must satisfy to condition of a conservation of the DW area at vector $\mathbf{n}_{\scriptscriptstyle W}$ reflection in planes those are perpendicular to them (i.e. equality $\tilde{\varphi}_{1}^{*} = \Phi(1), \quad \tilde{\varphi}_{2}^{*} = \Phi(-1), \quad \tilde{\varphi}_{3}^{*} = F \operatorname{sgn}(\lambda) \operatorname{sec}^{-1}\left[\sqrt{4 + 12u + u^{2} + (8 + 3u) \sin^{2} 3\lambda + 9 \sin^{4} 3\lambda} / (2\sqrt{2u})\right] + \varpi,$

 $|\mathbf{n}_{S}\mathbf{R}_{1}| \cdot |\mathbf{n}_{S}\mathbf{R}_{2}| + |\mathbf{R}_{1}\mathbf{R}_{2}| = 0$ must take place). At that there is a pair of multitude $\{\pm(s_1, s_2, -2)/\sqrt{6}; \pm(s_1, -2, s_3)/\sqrt{6}\}$ $\pm (-2, s_2, s_3)/\sqrt{6}; \pm (0, -s_3, s_2)/\sqrt{2}; \pm (s_3, 0, -s_1)/\sqrt{2};$ $\pm(-s_2, s_1, 0)/\sqrt{2}$ those are perpendicular to vector $\Delta \mathbf{m}$ and coincide with two orthogonal directions (such as crystallographic directions <110> and <112>). At vector \mathbf{n}_W orientation along them it is achieved the extreme values σ and function $\sigma(\lambda)$ is symmetrical relative to these extreme values [3].

A value $q = q_{BC}q_T$ is a full DW degeneracy in MOS.

3. Magnetization distribution in plane Bloch domain wall

A spatial distribution \tilde{z} of the turn angle $\tilde{\phi}$ is determined as [5]: õ

$$\tilde{z} = \int_{\varpi}^{\Psi} \left\{ \left[A \sin^2 \tilde{\theta} \right] / \left[e_A \left(\tilde{\theta}, \tilde{\zeta}, \lambda \right) - e_A \left(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}_1, \lambda \right) \right] \right\}^{1/2} d\tilde{\zeta} ,$$

where $\varpi = (1 + C_R^{\infty})\pi/2$. There are two ϖ values for opposite vector m rotation directions. The inflection points of $\tilde{z}(\tilde{\phi})$ dependencies determine the peculiarities of the vector m distribution in DW volume. The vector m distribution is monotone (i.e. dependence $\tilde{z}(\tilde{\varphi})$ has only one inflection point at $\tilde{z} = 0$) at passing of vector **m** turn trajectory through two neighboring coordinates octants with vectors \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 . It's possible for $2\alpha_{\beta,\gamma}^{\iota}$ -DW (curve 1 in fig. 1). A location of vector \mathbf{m} turn trajectory in coordinates octants with additional EMA (here additional EMA are EMA those are non-collinear with \mathbf{m}_1 and \mathbf{m}_2 vectors) is not sufficient condition of non-monotone m distribution in DW volume. In general case a quantity of inflection points of $\tilde{z}(\tilde{\phi})$ function is equal to quantity of zeros of $\partial e_A(\tilde{\theta}, \tilde{\zeta}, \lambda) / \partial \tilde{\zeta}$ function in the range $\tilde{\varphi}_1 \leq \tilde{\zeta} \leq \tilde{\varphi}_2$. For $2\alpha_{\gamma}$ -DW the vector \mathbf{m} distribution is always nonmonotone (curves 3, 4 in fig. 1) and the quantity of function $\tilde{z}(\tilde{\varphi})$ inflection points is equal to three in the range $\lambda \in \left[-\pi/2, \pi/2\right]$. In the last case these inflection points $\tilde{\varphi}_i^*$ can be founded analytically:

where

$$\Phi(s) = sF \operatorname{sgn}(\lambda)\operatorname{sec}^{-1} \left[\sqrt{\left(s \cdot i\sqrt{3} - 1\right)u^2 + 3u(9 - \cos 6\lambda) - \left(1 + s \cdot i\sqrt{3}\right)\left(4 + 8\sin^2 3\lambda + 9\sin^4 3\lambda\right)} / \left(4\sqrt{u}\right) \right] + \varpi,$$

$$i = \sqrt{-1}, \quad u = \left[\left(26 + 36\sin^2 3\lambda + 27\sin^4 3\lambda\right) \sin^2 3\lambda - 8 + 10\sqrt{-\sin^2 3\lambda} \left(8 + 11\sin^2 3\lambda + 8\sin^4 3\lambda\right) \right]^{1/3}.$$

Here and further values $\tilde{\phi}_2^*$ and $\tilde{\phi}_3^*$ are the most distant inflection points [5]. These expressions give real complex variables are taken in terms of value principle.

values $\tilde{\phi}_i^*.$ Here and further the many-valued functions of



Fig. 1. Magnetization distribution in a volume of $2\alpha_{\beta,\gamma}^1$ -DW (a) and $2\alpha_{\gamma}$ -DW (b) at *S*- (curve 1), *L*- (curve 2) or *M*- (curves 3, 4) paths: $\delta_0 = \sqrt{A/|K_1|}$. The interfacial angle ϕ is: 1 – 0°; 2 – 60°; 3 and 4 – arbitrary value. The DW equilibrium and metastable states (for given vector **m** trajectory) are represented by curves 1, 3 and 2, 4 respectively

For $2\alpha_{\beta,\gamma}^i$ -DW an equation $\partial e_A(\tilde{\theta}, \tilde{\zeta}, \lambda) / \partial \tilde{\zeta} = 0$ in reduced form seems such as $p_3(\cos \tilde{\zeta}) \sin \tilde{\zeta} = 0$ where $p_3(x)$ is some third-order polynomial. Then for these DWs there is an inflection point at $\tilde{\zeta} = 0$ or at $\tilde{\zeta} = \pi$. Further this point is called as a central inflection point. An other inflection points are determined by real roots $\tilde{\zeta}$ of equation $p_3(\cos \tilde{\zeta}) = 0$. These roots were found analytically in complex form. They would be in a range $\tilde{\varphi}_1 \leq \tilde{\zeta} \leq \tilde{\varphi}_2$. For $2\alpha_{\beta,\gamma}^1$ -DW the quantity of inflection points is equal to one and five (curve 2 in fig. 1) in ranges $\lambda_1 \leq \tilde{\lambda} \leq \pi/2$ and $\begin{aligned} &-\pi/2<\tilde{\lambda}\leq\lambda_1 \text{ respectively. For } 2\alpha_{\beta,\gamma}^2\text{ -DW the quantity of the inflection points of the }\tilde{z}\left(\tilde{\phi}\right) \text{ dependence is equal to one, three and five in ranges } \lambda_2\leq\tilde{\lambda}\leq\pi/2, \ \lambda_3<\tilde{\lambda}<\lambda_2 \text{ and } -\pi/2<\tilde{\lambda}<\lambda_2 \text{ respectively. Real values of the angles } \lambda_1, \ \lambda_2 \text{ and } \lambda_3 \text{ are the solutions of complex equations } \mathrm{Im}\ f_1\left(\lambda_1,\tilde{\theta}(\lambda_1)\right)=0, \qquad f_2\left(\lambda_2,\tilde{\theta}(\lambda_2),1\right)=1 \quad \text{ and } f_3\left(\lambda_3,\tilde{\theta}(\lambda_3)\right)=1 \text{ respectively. The mentioned functions } f_i\left(\lambda,\tilde{\theta}\right) \ (i=1,2,3) \text{ are given by expressions:} \end{aligned}$

$$\begin{split} f_1(\lambda,\tilde{\theta}) &= -162^{1/3} \left(i\sqrt{3} + 1 \right) t_1 + 2 \left(18\sqrt{3} \right)^{2/3} \left(1 - i\sqrt{3} \right) \left[11\cos 4\lambda + \cos 2\tilde{\theta} \left(23 + 7\cos 4\lambda \right) - 5 \right] / t_1 + 36\cos \tilde{\theta} \sin 4\lambda ; \\ f_2(\lambda,\tilde{\theta},s) &= \csc \tilde{\theta} \left\{ 36\cos \tilde{\theta} \left(3\sin 4\lambda - 14\sin 2\lambda \right) + \left[6^{5/3} \left(is\sqrt{3} + 1 \right) \left(-166 + 23\cos 2\lambda + 6\cos 4\lambda + 4\cos 2\tilde{\theta} \left(28\cos 2\lambda + 2\log 4\lambda - 17 \right) + \right. \right. \\ &\left. + 9\cos 6\lambda \right) \right] / t_2^{1/3} + \left(is\sqrt{3} - 1 \right) \sqrt[3]{6^4 t_2} \right\} / \left[72 \left(3\cos^2 2\lambda - 5 - 14\cos 2\lambda \right) \right] ; \\ f_3(\lambda,\tilde{\theta}) &= \csc \tilde{\theta} \left\{ 18\cos \tilde{\theta} \left(3\sin 4\lambda - 14\sin 2\lambda \right) - \left[6^{5/3} \left(23\cos 2\lambda + 6\cos 4\lambda + 4\cos 2\tilde{\theta} \left(28\cos 2\lambda + 21\cos 4\lambda - 17 \right) + \right. \right. \\ &\left. + 9\cos 6\lambda - 166 \right) \right] / \sqrt[3]{t_2} + \sqrt[3]{6^4 t_2} \right\} / \left[36 \left(3\cos^2 2\lambda - 5 - 14\cos 2\lambda \right) \right], \end{split}$$

where

$$t_{1} = \left\{ \sqrt{6} \left[2(\cos 4\lambda - 7)^{2} (250 + 1893 \cos 2\tilde{\theta} + 258 \cos 4\tilde{\theta} + 407 \cos 6\tilde{\theta} + (782 + 825 \cos 2\tilde{\theta} + 642 \cos 4\tilde{\theta} + 343 \cos 6\tilde{\theta}) \cos 4\lambda - 216 \cos^{2}\tilde{\theta} \cos 8\lambda \right]^{1/2} - 72(1 + 8\cos 2\lambda + \cos 4\lambda) \sin 4\lambda \cos \tilde{\theta} \right\}^{1/3},$$

 $t_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dt dt$

 $= \left\{-6 \left(7+28 \cos 2\lambda -3 \cos 4\lambda\right)^{2} \left[6394+804 \cos 2\tilde{\theta}-4080 \cos 4\tilde{\theta}-2416 \cos 6\tilde{\theta}-2 \cos 2\lambda\left(4213+8112 \cos 2\tilde{\theta}+1140 \cos 4\tilde{\theta}+224 \cos 6\tilde{\theta}\right)+24 \cos 4\lambda\left(181+228 \cos 2\tilde{\theta}+330 \cos 4\tilde{\theta}+98 \cos 6\tilde{\theta}\right)+27 \left(97+96 \cos 2\tilde{\theta}+56 \cos 4\tilde{\theta}\right) \cos 6\lambda-54 \left(6 \cos 2\tilde{\theta}-5\right) \cos 8\lambda-81 \cos 10\lambda\right]\right\}^{1/2}+36 \left[-4 \cos 3\tilde{\theta}\left(35 \sin 2\lambda+4 \sin 4\lambda+7 \sin 6\lambda\right)-\cos \tilde{\theta}\left(302 \sin 2\lambda-50 \sin 4\lambda+6 \sin 6\lambda+9 \sin 8\lambda\right)\right].$

The values of the mentioned angles is: $\lambda_1 \approx -29,366^\circ$, $\lambda_2 \approx 27,784^\circ$ and $\lambda_3 \approx -66,669^\circ$. For $2\alpha_{\beta,\gamma}^1$ -DW there is only central inflection point in ranges $\lambda_1 \leq \tilde{\lambda} \leq \pi/2$ or

 $\lambda_2 \leq \tilde{\lambda} \leq \pi/2\,$ respectively. For these DW the most distant inflection points are given by

$$\tilde{\varphi}_3^* = -\tilde{\varphi}_2^* + 2\varpi = \arccos\left\{f_1\left(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}\right) / \left[36\left(7 - \cos 4\tilde{\lambda}\right)\sin \tilde{\theta}\right]\right\} + \varpi$$

in range $-\pi/2 \leq \tilde{\lambda} \leq \lambda_1$. For $2\alpha_{\beta,\nu}^2$ -DW the most distant inflection points are given by expression $\tilde{\phi}_{3}^{*} = -\tilde{\phi}_{2}^{*} + 2\varpi = \min\left\{\arccos\left\lceil f_{2}\left(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}, 1\right)\right\rceil, \arccos\left\lceil f_{2}\left(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}, -1\right)\right\rceil\right\} + \varpi \text{ in range } -\pi/2 < \tilde{\lambda} < \lambda_{2} \text{ .}$

The monotone **m** distribution is always symmetric i.e. $\tilde{\varphi}(\tilde{z}) - \varpi = -\tilde{\varphi}(-\tilde{z}) + \varpi$ (fig. 1, *a*). The vector distribution is symmetric in volumes of $2\alpha^{\iota}_{\beta,\gamma}$ -DW at their arbitrary orientation and also in $2\alpha_v$ -DW volume at \mathbf{n}_W orientation along N direction. The possible $\sqrt{6}$ N vectors $\pm (s_1s_3, s_2s_3, -2), \qquad \pm (s_1s_2, -2, s_3s_2)$ are: and $\pm (-2, s_2 s_1, s_3 s_1)$. A described here possibility of symmetric and asymmetric vector m distribution was predicted in [1].

4. Plane Bloch domain wall width

For cases of monotone (at $2\alpha \neq 180^{\circ}$) and nonmonotone (at $2\alpha = 180^{\circ}$) vector **m** distribution in the DW volume an expressions for the DW width [8] can be obtained analytically: $\delta = 2\sqrt{6}\delta_0 L / \sqrt{5 - 3\cos 4(\tilde{\theta} - |\lambda|)}$ at $2\alpha = 71^{\circ}$; $\delta = 4\sqrt{3} \delta_0 L / \left[1 + 3\cos 2(\tilde{\theta} - |\lambda|) \right]$ at $2\alpha = 109^{\circ}$; $\delta/\left(\delta_{0}\sqrt{3}\right) = \left(\pi - 2\left|\tilde{\varphi}_{2}^{*}\right|\right) / \left(\cos^{2}\tilde{\varphi}_{2}^{*}\sqrt{1 + 8\tan^{2}\tilde{\varphi}_{2}^{*} - 4\sqrt{2}\sin 3\lambda\tan\tilde{\varphi}_{2}^{*}}\right) + \left|\tilde{z}\left(\tilde{\varphi}_{3}^{*}\right)\right| + \left|\tilde{z}\left(\tilde{z}\left(\tilde{\varphi}_{3}^{*}\right)\right| + \left|\tilde{z}\left(\tilde{z}\left(\tilde{z}\right)\right)\right| + \left|\tilde{z}\left(\tilde{z}\left(\tilde{z}\right)\right)\right| + \left$ $+\left|\tilde{z}\left(\tilde{\varphi}_{2}^{*}\right)\right|+\left(\pi-2\left|\tilde{\varphi}_{3}^{*}\right|\right)/\left(\cos^{2}\tilde{\varphi}_{3}^{*}\sqrt{1+8\tan^{2}\tilde{\varphi}_{3}^{*}-4\sqrt{2}\sin3\lambda\tan\tilde{\varphi}_{3}^{*}}\right)$

at $2\alpha = 180^\circ$, where $L = \Delta \phi \sin \theta(\lambda)$ is a length of turn path [3], $\tilde{\phi}_2^*$ and $\tilde{\phi}_3^*$ is the most distant inflection points of $ilde{z}(ilde{\phi})$ dependencies for $\ 2lpha_{
m v}$ -DW .

At non-monotone (at $2\alpha \neq 180^{\circ}$) vector **m** distribution in the DW volume these expressions always include integral for $\tilde{z}(\tilde{\varphi})$ that is determined by the expression:

 $\mathbf{n}_{W}(\lambda_{i}^{C}) \cdot \mathbf{m}_{1} = \mathbf{n}_{W}(\lambda_{i}^{C}) \cdot \mathbf{K}_{i}$ where $\mathbf{K}_{i} \neq \mathbf{m}_{1}$, $\mathbf{K}_{i} \neq \mathbf{m}_{2}$ is a

unit vector along EMA. There are the next critical

orientations of DW plane: $\lambda_1^C = C_R \pi/4$ and $\lambda_2^C = C_R \pi/2$

of

DW

plane:

and

$$\begin{split} &\delta = \left[\left(\tilde{\varphi}_{2} - \tilde{\varphi}_{3}^{*} \right) \sqrt{e_{A} \left(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}_{3}^{*}, \lambda \right) - e_{A} \left(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}_{1}, \lambda \right)} + \left(\tilde{\varphi}_{2}^{*} - \tilde{\varphi}_{1} \right) \sqrt{e_{A} \left(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}_{2}^{*}, \lambda \right) - e_{A} \left(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}_{1}, \lambda \right)} \right] \times \\ &\times \sqrt{A \sin^{2} \tilde{\theta}} + \tilde{z} \left(\tilde{\varphi}_{3}^{*} \right) - \tilde{z} \left(\tilde{\varphi}_{2}^{*} \right), \end{split}$$

orientations

where $\tilde{\phi}_2^*$ and $\tilde{\phi}_3^*$ is the most distant inflection points of $\tilde{z}(\tilde{\phi})$ dependencies for $2\alpha^{\iota}_{\beta,\gamma}$ -DWs.

At non-monotone magnetization distribution in the DW volume the function $\tilde{\varphi}(\tilde{z})$ can have two or one inflection points with $\partial^2 e_A(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}, \lambda) / \partial \tilde{\varphi}^2 \ge 0$ for $2\alpha^i_{\beta\gamma}$ -DWs or $2\alpha_{\nu}$ -DW respectively. An existence of these points leads to growth (limitless in extreme cases) of the DWs width.

Unlimited DW width is realized at passing of vector m turn trajectory through the EMA. It takes place at critical

for $2\alpha_{\beta,\gamma}^1$ -DW; $\lambda_1^C = 0$, $\lambda_2^C = C_R \arccos\left(1/\sqrt{3}\right)$ $\lambda_3^C = C_R \pi/2$ for $2\alpha_{\beta\nu}^2$ -DW. In a case of $2\alpha_{\nu}$ -DW the critical orientations of DW normal are the next: ()

 $(\lambda = \lambda_i^C)$

$$\mathbf{n}_{W}(\lambda_{1}^{C}) = \pm (0, -s_{1}s_{3}, s_{1}s_{2})/\sqrt{2} , \ \mathbf{n}_{W}(\lambda_{2}^{C}) = \pm (s_{2}s_{3}, 0, -s_{2}s_{1})/\sqrt{2}$$

nd $\mathbf{n}_{W}(\lambda_{3}^{C}) = \pm (-s_{3}s_{2}, s_{3}s_{1}, 0)/\sqrt{2} \ \left(\lambda_{i}^{C} = \pi/2 - \arccos\left[\mathbf{n}_{W}(\lambda_{i}^{C})\mathbf{P}F\right]\right).$

5. Energy and structure of the plane Bloch domain walls in (110)-plate

а

Orientation dependencies of density σ_{s} for some type of DW are shown in fig. 2. Here and hereinafter we consider case $v \ge 0$. For inverted appropriate v values *R*- and L-turn must be considered as L- and R-turn respectively. Parameters of all possible Bloch DW in (110)plate of cubic crystal with "negative" MA are presented in tables 4 (metastable states) and 5 (equilibrium states).



Fig. 2. Orientation dependencies for DW energy density for $2\alpha_{\beta,\gamma}^1$ - (solid lines), $2\alpha_{\beta,\gamma}^2$ - (dash lines), $2\alpha_{35,264}^2$ - (dash-dot line) and $2\alpha_{90}$ -DW (dot line) at *R*- (1), *L*- (2) or *RL*-rotation (3): $\sigma_0 = \sqrt{A | K_1 |}$. The equilibrium (0) and metastable (•) DW states (for given vector **m** trajectory) are marked. The interfacial angle ϕ is: a) 0°; b) 60°; c) 90°; d) arbitrary value

In (110)-sample of a cubic crystal the *M*-path is an equilibrium path of vector **m** turn only in the volume of $2\alpha_{\gamma}$ -DW. Symbols " ∞ " and " 2∞ " (table 4, 5) correspond to unlimited DW width and indicate a formation of one and two "domains" in DW volume accordingly. The minimum $2\alpha_{\beta,\gamma}^1$ -DW energy density takes place at $\phi = 90^\circ$, *RL**-turn and *S*-way. The minimum $2\alpha_{\gamma}$ -DW energy density are

achieved at $\gamma = 35,264^{\circ}$. The above-mentioned energies are identical for case of unrestricted crystal. There is three DWs $(2\alpha_{0,90}^1$ -DW, $2\alpha_{90,0}^2$ -DW, $2\alpha_{35,264}^2$ -DW) in (110)-sample with equilibrium parameters identical to a case of the unrestricted crystal [5, 9].

(metastable states for given trajectory type) in (110)-plates									
Inter. angle	DW type			Trajecto	ry type	DW widtl (metast	n and energy table state)	Dege	en.
$\boldsymbol{\phi}$, deg.	2α , deg.	β , deg.	γ , deg.	Rotation	Path	$\delta/\delta_0,$ arb. units.	$\sigma_{_S}/\sigma_{_0}$, arb. units.	q_{BC}	q
60	71	60	45	R-	L-	24,056	3,683	8	8
90	71	0	90	RL*-	L-	2∞	3,197	2	2
Arb.	180	-	35,264	RL*-	М-	12,301	2,103	2	8

Table 4. Energy density and structure of the plane Bloch DW (metastable states for given trajectory type) in (110)-plates

Inter. angle	DW type		Trajectory type		DW width (equilibri	Degen.				
φ,	2α,	β,	γ,	Rotation	Path	δ/δ_0 ,	$\sigma_{_S}/\sigma_{_0}$,	q_{BC}	q	
deg.	aeg.	deg.	deg.			arb.units.	arb.units.	156		
	71	00	00	PI -	S-	3,650	0,738	2	4	
0	71	90	90	NL-	L-	13,028	1,899	2	4	
0	100	00	00	PI	S-	10,143	0,994	2	4	
	109	90	90	NL-	L-	-	-	-	-	
60	71			D	S-	-	-	-	-	
		60	45	r-	L-	16,502	1,500	8	8	
			40	L-	S-	4,163	0,497	8	8	
					L-	15,987	2,107	8	8	
00	100	9 45	60	R-	S-	12,083	1,509	8	8	
					L-	12,026	2,508	8	8	
	109			1-	S-	7,614	1,183	8	8	
				<i>L</i> -	L-	-	-	-	-	
	71	0	90	RL*-	<i>S</i> -	4,264	0,461	2	2	
90	, ,	Ŭ	00	RL-	L-	20,792	2,263	2	4	
30	109	00	0	RL-	S-	9,710	0,981	2	4	
		109	90	0	RL*-	L -	2∞	2,290	2	2
Arb	100	Arb	90	RL*-	М-	8,135	2,004	2	8	
Arb.	180	180	AſD.	35,264	RL*-	М-	œ	1,829	2	4

 Table 5. Energy density and structure of the equilibrium plane Bloch DW

 with given trajectory type in (110)-plates

In $2\alpha_{\beta,\gamma}^1$ -DW volume the vector **m** trajectory with *L*path correspond to less energy only at $\phi = 60^\circ$ and *R*-turn in (110)-sample. In this case there is no stable state of DW with *S*-path in contrast to permanent existing of equilibrium state of this path in unrestricted crystal. Minimal values (at all ϕ) of equilibrium energy density σ_S correspond to DW with *RL*-rotation and *S*-path of vector **m** turn in their volume. With other things being equal the $2\alpha_{\beta,\gamma}^2$ -DW have higher equilibrium energy density σ_S than $2\alpha_{\beta,\gamma}^1$ -DW. Degeneration removal between *R*-and *L*-rotation of **m** in a volume of some DW takes place for $2\alpha_{\beta,\gamma}^1$ -DW and $2\alpha_{\beta,\gamma}^2$ -DW at interfacial angle value $\phi = 60^\circ$. There are equilibrium $2\alpha_{\beta,\gamma}^2$ -DW, $2\alpha_{\gamma}$ -DW and metastable $2\alpha_{\beta,\gamma}^1$ -DW with unlimited thickness.

1. Барьяхтар В.Г., Львое В.А., Яблонский Д.А. Магнитная симметрия доменных границ в магнитоупорядоченных кристаллах // ЖСТФ. – 1984. – Т. 87, № 5(11). 2. Власко-Власое В.К., Дедух Л.М. Никитенко В.И. Доменная структура монокристаллов иттриевого феррограната // ЖЭТФ. – 1976. – Т. 71, № 6(12). 3. Antonyuk O., Kovalenko V.F., Tychko O.V. The structure of Bloch domain wall with equilibrium orientaton // J. Alloys and Compaund. –2004. – Vol. 369, № 1-2. 4. Graham C.D. Surface energy of a 90° domain wall in iron // J. Appl. Phys. – 1958. – Vol. 29, № 10. 5. Hubert A. Theory of Domain Walls. – N.Y., 1974. 6. Hubert A., Shafer R. Magnetic domains. The analysis of magnetic microstructures. – Berlin, 1998. 7. Landay L.D., Lifshittz E.M. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies // Sow. Phys. – 1935. – Vol. 8, № 1. 8. Lilley B.A. Energies and widths of domain boundaries in ferromagnetics // Phil. Mag. – 1950. – Vol. 41, № 319. 9. Mal'ginova S.D., Doroshenko R.A., Shul'ga N.V. Static and high-frequency magnetic properties of stripe domain structure in a plate of finite sizes // JMMM. – 2006. – Vol. 296, № 1. 10. Nee/ L. Energie des parois de Bloch dans less couchesminces // C.R. Acad. Sci. Paris. – 1955. –Vol. 241, № 6. **Надійшла до редколегії 20.09.07** Наукове видання



ВІСНИК

КИЇВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

РАДІОФІЗИКА ТА ЕЛЕКТРОНІКА

Випуск 11

Оригінал-макет виготовлено Видавничо-поліграфічним центром "Київський університет"

Автори опублікованих матеріалів несуть повну відповідальність за підбір, точність наведених фактів, цитат, економіко-статистичних даних, власних імен та інших відомостей. Редколегія залишає за собою право скорочувати та редагувати подані матеріали. Рукописи та дискети не повертаються.

Засновник та видавець — Київський національний університет імені Тараса Шевченка. Свідоцтво Міністерства інформації України про державну реєстрацію засобів масової інформації КІ № 251 від 31.10.97. Видавничополіграфічний центр "Київський університет", директор Г.Л.Новікова. Адреса ВПЦ: 01601, Київ, 6-р Тараса Шевченка, 14, кімн. 43. 🖀 (38044) 239 31 72, 239 32 22; факс 239 31 28



Підписано до друку 18.11.08. Формат 60х84^{1/8}. Вид. № 381. Гарнітура Arial. Папір офсетний. Друк офсетний. Наклад 500. Ум. друк. арк. 6,8.Обл.-вид. 10,0. Зам. № 28-4595.

Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет" 01601, Київ, б-р Т. Шевченка, 14, кімн. 43 🖀 (38044) 239 32 22; (38044) 239 31 72; (38044) 239 31 58; факс (38044) 239 31 28 E-mail: vydav_polygraph@univ.kiev.ua